ГЕОМЕТРИЯ 8

ФГОС

УМК

Т. М. Мищенко

Рабочая тетрадь по геометрии

К учебнику А. В. Погорелова «Геометрия. 7–9 классы»

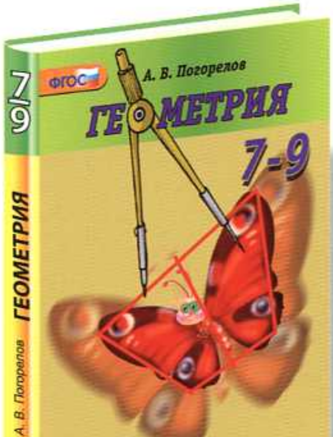
учени __________ класса ________

__________ школы ____________

____

____

8 класс



ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

Т. М. Мищенко

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ по геометрии

К учебнику А. В. Погорелова
«Геометрия. 7–9 классы» (М. : Просвещение)

8 класс

Рекомендовано
Российской Академией Образования

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2014

УДК 373:514
ББК 22.151я72
М71

Мищенко Т. М.

М71 Рабочая тетрадь по геометрии: 8 класс: к учебнику А. В. Погорелова «Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений» / Т. М. Мишенко. — М. : Издательство «Экзамен», 2014. — 111, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-07769-5

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Пособие является дополнением к переработанному в соответствии со Стандартом второго поколения учебнику А. В. Погорелова «Геометрия. 7–9 классы» (издательство «Просвещение»), рекомендованному Министерством образования и науки Российской Федерации и включенному в Федеральный перечень учебников.

Рабочая тетрадь для 8-го класса рекомендуется для организации учебной деятельности учащихся.

Предлагаемые в рабочей тетради задания удовлетворяют требованиям, предъявляемым Стандартом второго поколения, как к обязательному уровню, так и повышенному уровню сложности. Форма заданий соответствуют форме заданий Государственной Итоговой Аттестации (ГИА).

Использование рабочей тетради в учебном процессе позволит осуществить: во-первых, достижение каждым учеником уровня обязательной геометрической подготовки, и, во-вторых, сформировать у учащихся умение применять полученные знания, как в стандартных ситуациях, так и в несколько отличных от обязательного уровня.

Использование рабочей тетради позволяет сэкономить время учителя при подготовке к уроку, а также время и на самом уроке и выполнить большее число заданий с записью в тетради. А у школьников будет хороший конспект по курсу 8-го класса, который, несомненно, поможет лучшему усвоению свойств плоских фигур, методов решения задач. Кроме того, рабочая тетрадь будет полезна и родителям, которые смогут следить за уровнем теоретических знаний своего ребенка и его умением решать задачи.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Формат 70x100/16. Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная.
Уч.-изд. л. 1,95. Усл. печ. л. 9,1. Тираж 10 000 экз. Заказ № 6228/13.

ISBN 978-5-377-07769-5

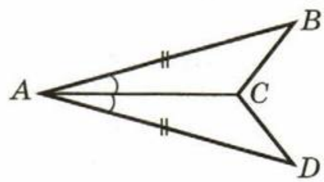
Содержание

§ 6 Четырехугольники

50. Определение четырехугольника

1

В четырехугольнике $ABCD$ соседние стороны AB и AD равны. Диагональ AC образует с этими сторонами равные углы. Докажите равенство треугольников ΔABC и ΔADC. (Запишите условие и решите задачу.)



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

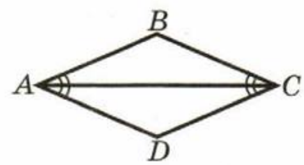
____

____

____

2

В четырехугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со сторонами четырехугольника равные углы: $\angle BAC = \angle BCA = \angle DAC = \angle DCA$. Докажите равенство треугольников ΔABC и ΔADC. (Запишите условие и решите задачу.)



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

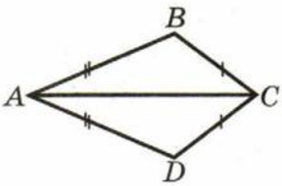
____

____

____

3

Известно, что в четырехугольнике $ABCD$: $AB = AD$ и $BC = CD$. Докажите равенство треугольников ΔABC и ΔADC. (Запишите условие и решите задачу.)



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

____

4

Диагонали четырехугольника, пересекаясь, делятся пополам. Одна из сторон четырехугольника равна 7 см. Чему равна противолежащая ей сторона четырехугольника? (Сделайте рисунок, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

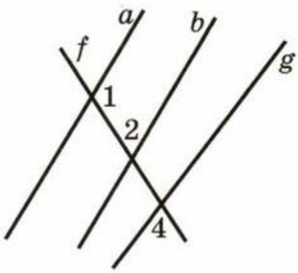
____

____

____

5

По рисунку ответьте на вопросы:



1. Параллельны ли прямые a и b, если $\angle 1 + \angle 2 = 180°$?

Ответ: *Прямые a и b* ______________

2. Параллельны ли прямые a и b, если $\angle 1 + \angle 2 \neq 180°$?

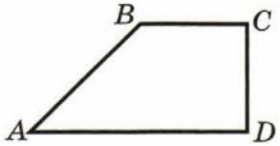
Ответ: *Прямые a и b* ______________

3. Параллельны ли прямые b и g, если $\angle 2 = 58°$, а $\angle 4 = 74°$?

Ответ: *Прямые b и g* ______________

6

Известно, что в четырехугольнике $ABCD$ прямые BC и AD параллельны, $\angle A = \mathbf{53}°$. Найдите градусную меру $\angle B$.



Ответ: ______________

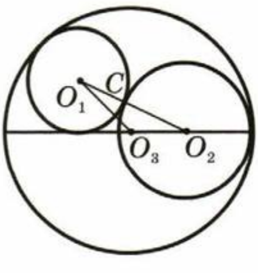
7

Из одной точки окружности проведены хорда, равная радиусу данной окружности, и диаметр. Найдите угол между ними. Сделайте рисунок.

Ответ: ______________

8

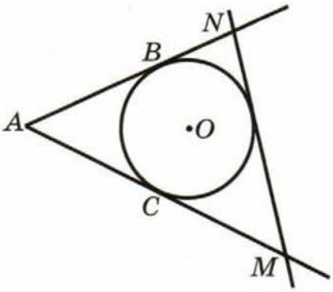
Три окружности с центрами в точках O_1, O_2 и O_3 касаются друг друга так, как показано на рисунке. Радиусы окружностей равны 12 см, 7 см и 5см. Найдите периметр треугольника $O_1O_2O_3$.



Ответ: ______________

9

Окружность с центром в точке O касается сторон угла BAC (B и C – точки касания). Касательная MN к этой окружности пересекает стороны угла AB и AC соответственно в точках N и M. Найдите длину отрезка AC, если периметр треугольника AMN равен 24 см, а касательная MN равна 7 см.



Ответ: ______________________

10*

Определите, что является геометрическим местом точек центров окружностей, касающихся двух пересекающихся прямых. Сделайте рисунок.

Ответ: ______________________

____

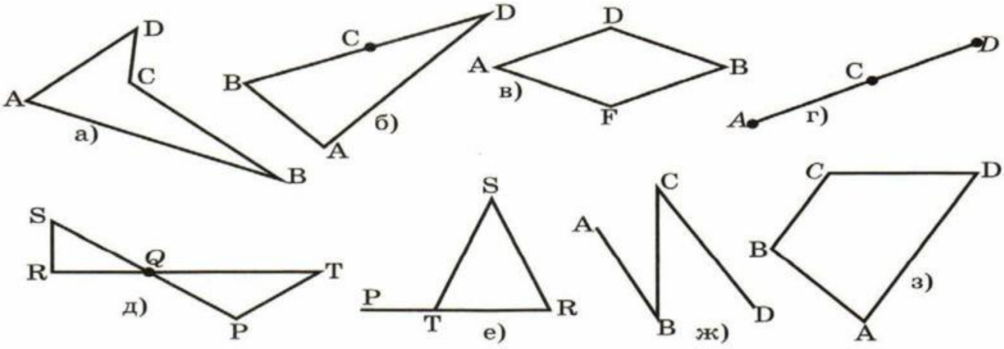
Сформулируйте определение четырехугольника.

Четырехугольником называется ______________________

____

____

11

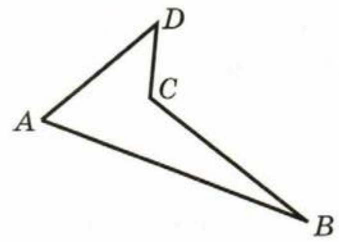


Какие из приведенных фигур являются четырехугольниками?

Ответ: а); б); в); г); д); е); ж); з).

12

Дан четырехугольник $ABCD$. В следующих вопросах выберите и подчеркните правильные ответы.



1. Какие пары вершин являются соседними?

Ответ: а) A и B; б) A и C; в) A и D;
г) B и C; д) B и D; е) C и D.

2. Какие пары вершин являются противолежащими?

Ответ: а) A и B; б) A и C; в) A и D;
г) B и C; д) B и D; е) C и D.

3. Какие пары сторон являются соседними?

Ответ: а) AB и BC; б) AB и CD; в) AB и DA;
г) BC и CD; д) BC и DA; е) CD и DA.

4. Какие пары сторон являются противолежащими?

Ответ: а) AB и BC; б) AB и CD; в) AB и DA;
г) BC и CD; д) BC и DA; е) CD и DA.

Сформулируйте определение диагоналей четырехугольника.

13

Дан четырехугольник $ABCD$.Какие из приведенных обозначений четырехугольника являются правильными?(Подчеркните верные обозначения.)

а) $ABDC$; б) $ABCD$; в) $ACDB$; г) $ADCB$;
д) $BADC$; е) $BCAD$; ж) $BCDA$;

Диагоналями четырехугольника называются ____________________

____

14

Начертите четырехугольник. Обозначьте его вершины

1. Укажите противолежащие вершины.

Ответ: ______________________

2. Укажите две пары смежных сторон.

Ответ: ______________________________

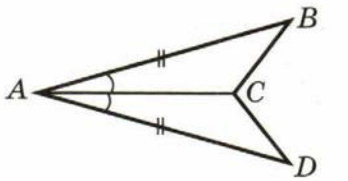
3. Проведите диагонали.

Ответ: ______________________________

Перед решением задачи 15 посмотрите решение задачи 1, а перед решением задачи 16 – решение задачи 2.

15

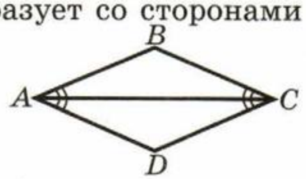
В четырехугольнике $ABCD$: стороны AB и AD равны, а диагональ AC, равная 9 см, образует со сторонами AB и AD равные углы: $\angle BAC = \angle DAC$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, если периметр треугольника ADC равен23 см.



Ответ: ______________________________

16

В четырехугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со сторонами четырехугольника равные углы: $\angle BAC = \angle BCA = \angle DAC = \angle DCA$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, если сторона $AB = 5$ см.



Ответ: ______________________________

Предлагаемые ниже задачи решите дома.

17

В четырехугольнике $KLMN$, все стороны которого равны, проведена диагональ LN. Найдите градусную меру угла KLN, если угол MLN равен $90°$.

Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение:

____

18

В четырехугольнике $ABCD$, две стороны которого BC и AD параллельны, проведена диагональ AC. Найдите градусную меру угла CAD, если угол BCA равен 30°.

Дано:

Найти:

Решение:

19

Диагонали AC и BD четырехугольника $ABCD$ являются диаметрами окружности с центром в точке O. Докажите, что прямые, содержащие стороны BC и AD, параллельны.

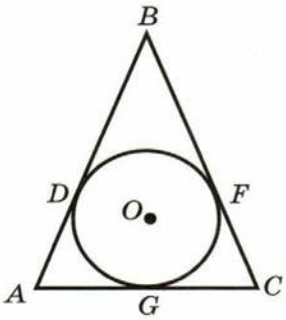
Дано:

Доказать:

Доказательство

20

Точка касания окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, делит боковую сторону на отрезки, равные 3 см и 4 см, считая от основания. Найдите периметр треугольника.



Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение:

____

____

____

____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение четырехугольника, вписанного в окружность.

Четырехугольник называется вписанным в окружность, если

____

____

____

____

21

Диаметры окружности с центром в точке O являются диагоналями вписанного четырехугольника $ABCD$. Сторона AB четырехугольника $ABCD$ равна 7 см, а сторона BC равна 9 см. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$. (Сделайте рисунок, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение четырехугольника, описанного около окружности.

Четырехугольник называется описанным около окружности, если _______

____

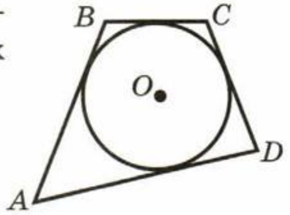
____

____

____

22 (задача 5 учебника)

Докажите, что у четырехугольника, описанного около окружности, суммы противолежащих сторон равны.



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

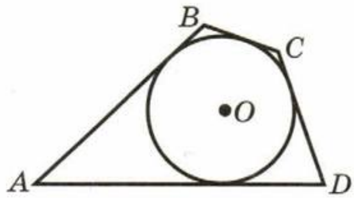
____

____

23

Сумма двух противоположных сторон описанного четырехугольника 13 см. Найдите периметр четырехугольника.

Ответ: ______________________



Ниже приведенный материал является дополнительным. Сформулируйте признак четырехугольника, описанного около окружности.

____

____

____

Свойство и признак четырехугольника, описанного около окружности, являются обратными утверждениями. Внимательно изучите приведенную ниже таблицу и доказательство признака четырехугольника, описанного около окружности.

Свойство *четырехугольника, описанного около окружности.*

Признак *четырехугольника, описанного около окружности.*

В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

Дано: *ABCD – четырехугольник;*
O – центр окружности,
вписанной в *ABCD.*

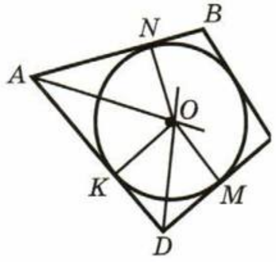
Доказать: $AB + CD = BC + AD$.

Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

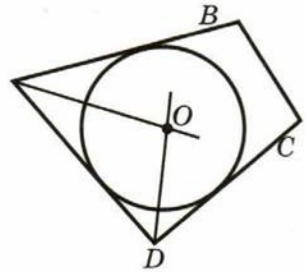
Дано: *ABCD – четырехугольник;*
$AB + CD = BC + AD$.

Доказать: *O – центр окружности, вписанной в ABCD.*

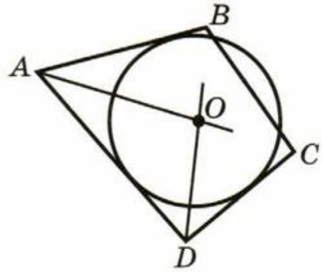
Доказательство признака описанного четырехугольника.



а)



б)

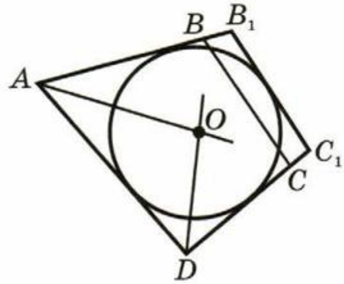


в)

В четырехугольнике $ABCD$: AO – биссектриса $\angle BAD$ и DO биссектриса $\angle ADC$ (рис. а). Следовательно, $ON = OK = OM$. Таким образом, в четырехугольнике $ABCD$ окружность с центром в точке O касается трех сторон. Докажем, что тогда она касается и стороны BC.

Предположим, что это не так. Тогда

1. Сторона BC не имеет общих точек с окружностью (рис. б);
2. Прямая, содержащая сторону BC, является секущей (рис. в).



Рассмотрим второй случай. Проведем касательную B_1C_1 к окружности, параллельную стороне BC.

Четырехугольник AB_1C_1D – описанный около окружности по определению, значит, $AB_1 + DC_1 = AD + B_1C_1$, при этом $AB_1 = AB + B_1B$ и $DC_1 = DC + CC_1$.

Отсюда

$AB + B_1B + DC + CC_1 = AD + B_1C_1$; $AB + DC - AD = B_1C_1 - B_1B - CC_1$.

По условию $AB + DC = AD + BC$, $AD = AB + DC - BC$.

Значит,

$AB + DC - AB - DC + BC = B_1C_1 - B_1B - CC_1$;

$BC = B_1C_1 - B_1B - CC_1$.

Отсюда $B_1C_1 = BC + B_1B + CC_1$.

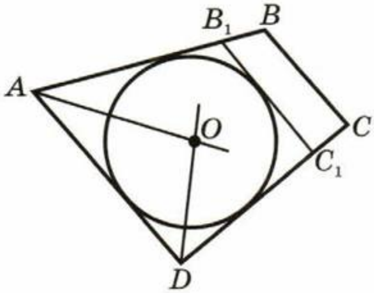
Противоречие: в четырехугольнике AB_1C_1D сторона B_1C_1 не может равняться сумме трех других сторон.

Аналогично доказывается первый случай.

Следовательно, окружность касается стороны BC и четырехугольник $ABCD$ – описанный около окружности.

24*

Докажите признак описанного четырехугольника в случае, когда прямая, содержащая сторону BC, не имеет общих точек с окружностью.



Доказательство

Предлагаемые ниже задачи решите дома.

25

В четырехугольнике $ABCD$ углы при соседних вершинах A и B равны 75° и 105°. Докажите, что прямые, содержащие стороны BC и AD, параллельны.

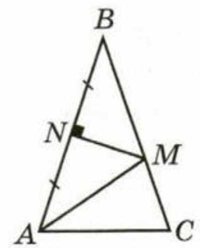
Дано:

Доказать:

Доказательство

26

В треугольнике ABC стороны AB и BC равны 14 см. Перпендикуляр NM, проведенный к стороне AB через ее середину – точку N, пересекает сторону BC в точке M. Найдите основание треугольника ABC, если периметр треугольника AMC равен 22 см.



Дано: ______________________________

____

____

____

____

Найти: ______________________________

Решение:

____

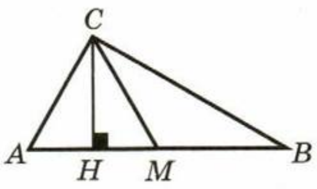
____

____

____

27

Медиана CM и высота CH треугольника ABC делят угол ACB на три равные части. Найдите медиану CM угла, если сторона AB равна 18 см.



Дано: ______________________________

____

____

____

Найти: ______________________________

Решение:

____

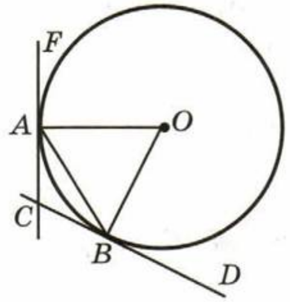
____

____

____

28

К окружности с центром в точке O проведены касательные DC (B – точка касания) и FC (A – точка касания). Определите угол ACB треугольника ABC, если треугольник BOA – равносторонний.



Дано: ______________________________

____

____

Найти: ______________________________

Решение:

____

____

____

51. Параллелограмм

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение параллелограмма.

Параллелограммом называется ______________________________

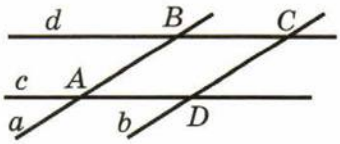
____

____

Решите устно задачу №29 и обведите в ответе букву, соответствующую правильному ответу.

29

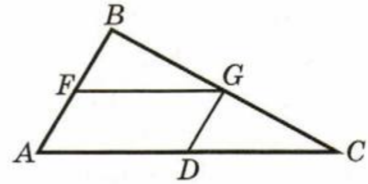
При пересечении двух прямых a и b прямыми c и d образуется четырехугольник $ABCD$. Определите, в каком случае четырехугольник является параллелограммом.



Ответ: а) $a \parallel b,\ c \nparallel d$; б) $a \parallel b,\ c \parallel d$; в) $a \nparallel b,\ c \nparallel d$.

30

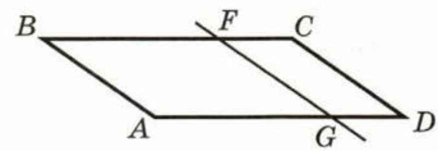
В треугольнике ABC параллельно сторонам AB и AC проведены прямые DG и FG. Определите вид четырехугольника $AFGD$.



***Ответ:* Четырехугольник AFGD –** ______________________.

31

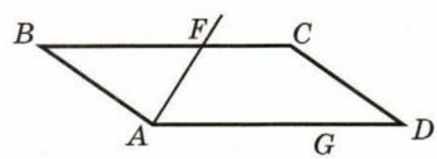
В параллелограмме $ABCD$ параллельно стороне AB проведена прямая FG. Определите вид четырехугольника $ABFG$.



***Ответ:* Четырехугольник ABFG –** ______________________.

32

В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке F. Докажите, что треугольник ABF равнобедренный.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

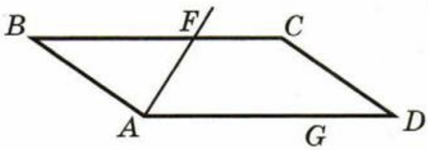
____

____

В решении задачи №33 можно использовать результат задачи №32.

33

В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке F. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $BF = 5$ см и $FC = 3$ см.



Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение:

____

____

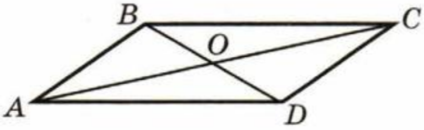
____

____

____

34

Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O и точкой пересечения делятся пополам. Докажите, что треугольники AOB и COD равны.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

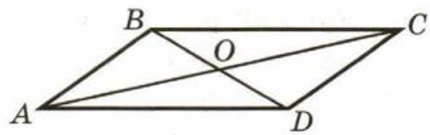
____

____

____

35

В четырехугольнике $ABCD$ проведены диагонали, которые пересекаются в точке O. Докажите, что стороны AB и CD параллельны, если треугольники AOB и COD равны.



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

____

Доказательство

____

____

____

____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте признак параллелограмма.

____

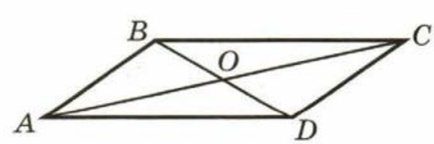
____

____

____

36

В четырехугольнике $ABCD$: $AC = 12$ см; $BD = 8$ см; $BO = 4$см; $AO = 6$ см. Определите вид четырехугольника $ABCD$.



Ответ: ***Четырехугольник ABCD –*** ______________________

37

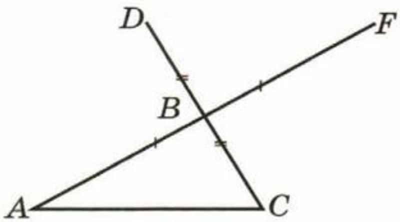
В треугольнике ABC проведена медиана BF. На ее продолжении за точку F отложен отрезок FD, равный BF. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм.

Дано: *BF – медиана $\triangle ABC$.*
$FD = BF$
Доказать: *$ABCD$ – параллелограмм.*
Доказательство
$AF = CF$, так как
BF – медиана $\triangle ABC$.
$FD = BF$ по условию.
Значит, в четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются и точкой пересечения F делятся пополам. Следовательно, по признаку параллелограмма четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм.

Внимательно посмотрите решение задачи №37. Решите задачи №38, 39 самостоятельно.

38

В треугольнике ABC стороны AB и BC продолжены за точку B. На их продолжении отложены отрезки: $BF = AB$ и $BD = CB$. Докажите, что четырехугольник $ADFC$ – параллелограмм.



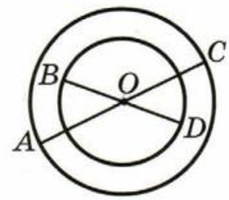
Дано: ____________________

Доказать: ________________

Доказательство

39

В каждой из двух концентрических окружностях проведены диаметры AC и BD соответственно. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм.



Дано: O – центр концентрических окружностей.
AC – диаметр большей окружности;
BD – диаметр меньшей окружности.

Доказать: $ABCD$ – параллелограмм.

Доказательство

52. Свойство диагоналей параллелограмма

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство диагоналей параллелограмма.

Теорема о свойстве диагоналей параллелограмма является обратной к теореме о признаке параллелограмма, сформулируйте признак параллелограмма.

Сделайте краткую запись условия прямой и обратной теорем.

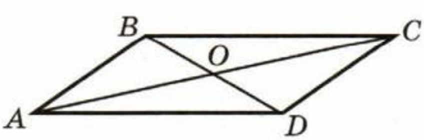
Прямая теорема	Обратная теорема
Дано: ________________; ________________; ________________	**Дано:** $ABCD$ – параллелограмм; ________________.
Доказать: $ABCD$ – параллелограмм.	**Доказать:** ________________; ________________

Используя доказательство, данное в учебнике, запишите ответы на вопросы в краткой записи доказательства теоремы

1. Построение: точка O ($BO = OD$), отрезки AO и OC_1, $AO = OC_1$.
2. ABC_1D – параллелограмм (почему?) по ________________
____
3. В параллелограмме $ABCD$: $BC \parallel AD$, $DC \parallel AB$ (почему?) по ____
____
4. В параллелограмме ABC_1D: $BC_1 \parallel AD$, $DC_1 \parallel AB$ (почему?) по __
____
5. $BC \parallel AD$ и $BC_1 \parallel AD$, значит, BC_1 совпадает с прямой BC (почему?) по ________________
____
6. $DC \parallel AB$ и $DC_1 \parallel AB$, DC_1 совпадает с прямой DC (почему?) по
____
7. Значит, точка C_1 совпадает с точкой C, параллелограмм ABC_1D совпадает с параллелограммом $ABCD$.
8. Вывод: в параллелограмме $ABCD$: $AO = OC$, $BO = OD$.

40

В параллелограмме $ABCD$ диагональ BD равна 12 см, точка O – точка пересечения диагоналей параллелограмма. Чему равен отрезок DO. (Решите устно.)



Ответ: $DO =$ ________ см.

41

Точка O является точкой пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$. Чему равна диагональ AC, если отрезок $AO = 9$ см. (Решите устно.)

Ответ: AC = ____________ см.

42

Сторона AD параллелограмма $ABCD$ равна 9 см, а его диагонали равны 14 см и 10 см. Точка O является точкой пересечения диагоналей. Чему равен периметр ΔAOD? (Решите устно.)

Ответ: $P_{\Delta AOD}$ = ______________ см.

43

В параллелограмме $ABCD$ диагонали равны, точка O – точка пересечения диагоналей. Докажите, что ΔAOD – равнобедренный.

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

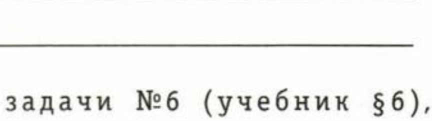
____

____

Внимательно посмотрите решение задачи №6 (учебник §6), это поможет при решении задачи 44.

44

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке K, а сторону CB в точке L. Докажите, что $AK = CL$.



(Дополните рисунок.)

Дано: ______________________

____

____

Доказать: ______________

Доказательство

____

____

____

____

____

____

53. Свойство противолежащих сторон и углов параллелограмма

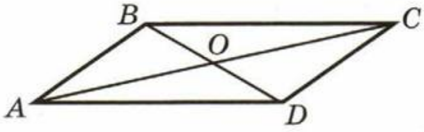
45

В параллелограмме $ABCD$ проведены диагонали, которые пересекаются в точке O. Докажите, что треугольники AOB и COD равны.

Дано: ______________________

____

Доказать: ______________



Доказательство

____

____

____

____

____

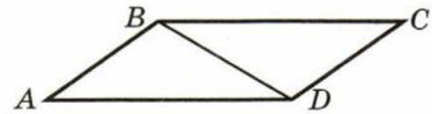
46

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ BD. Докажите, что треугольники ABD и CDA равны.

Дано: ______________________

Доказать: ________________

Доказательство



____

____

____

Сформулируйте свойство противолежащих сторон и углов параллелограмма и сделайте рисунок.

____

____

____

____

____

____

47

Стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ равны 9 см и 6 см. Чему равны стороны CD и AD? (Решите устно.)

Ответ: **CD =** ________ см; **AD =** ________ см.

48

Стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ равны 9 см и 6 см. Чему равен периметр параллелограмма $ABCD$? (Решите устно.)

Ответ: ***Периметр параллелограмма*** **ABCD =** ____________ см.

49

Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 28 см, одна из сторон параллелограмма равна 9 см. Определите все стороны параллелограмма. (Решите устно.)

Ответ: **AB =** ________ см; **BC =** ________ см;

CD = ________ см; **AD =** ________ см.

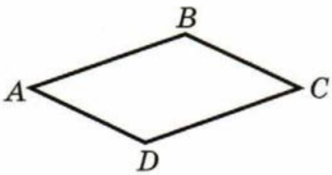
50

Периметр параллелограмма равен 38 см. Чему равна сумма двух соседних сторон параллелограмма? (Решите устно.)

Ответ: ______________________________

51

В параллелограмме $ABCD$ $\angle A = 43°$. Найдите градусную меру остальных углов параллелограмма. (Решите устно.)



Ответ: $\angle B =$ ________;

$\angle C =$ ________; $\angle D =$ ________

52

В параллелограмме сумма двух противоположных углов равна 132°. Найдите градусную меру каждого из этих углов. (Решите устно.)

Ответ: ______________________________

53

В параллелограмме сумма двух углов равна 120°. Могут ли эти углы прилежать к одной стороне параллелограмма. (Дайте развернутый ответ)

Ответ: ______________________________

____

____

____

54

Известно, что в параллелограмме один угол на 12° меньше другого. Могут ли эти углы быть противоположными. (Дайте развернутый ответ)

Ответ: ______________________________

____

В задаче №18 (учебное пособие §6) сформулирован еще один признак параллелограмма. Запишите его формулировку.

___

___

___

Ниже приведено краткое доказательство признака параллелограмма. Используя доказательство, данное в учебнике, запишите ответы на вопросы в краткой записи доказательства теоремы.

1. Построение: прямая b, точка $C_1 \in DC$.
2. $BC_1 \parallel AD$ по построению $DC_1 \parallel AB$ по условию ($DC \parallel AB$)/
3. ABC_1D – параллелограмм (почему?) по ___
4. В четырехугольнике $ABCD$: $DC = AB$.
5. В параллелограмме ABC_1D: $DC_1 = AB$.
6. $DC = AB$ и $DC_1 = AB$, тогда C_1 совпадает с C (почему?) по ___
7. Четырехугольник $ABCD$ совпадает с параллелограммом ABC_1D.
8. Вывод: в параллелограмме $ABCD$: $AO = OC$, $BO = OD$.

Используя сформулированный признак параллелограмма, решите следующую задачу.

55

На сторонах AD и BC параллелограмма $ABCD$ отложены равные отрезки AE и FC. Докажите, что четырехугольник $AFCE$ – параллелограмм.

Дано: ___

Доказать: ___

Доказательство

___

___

___

___

§6 ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

56

Сделайте необходимые рисунки и запишите условия, при выполнении которых четырехугольник является параллелограммом.

1. *По определению параллелограмма четырехугольник является параллелограммом, если* ______

2. *По признаку параллелограмма четырехугольник является параллелограммом, если* ______

3. *По признаку параллелограмма, данному в задаче 18, четырехугольник является параллелограммом, если*

57

Сделайте необходимые рисунки и запишите свойства параллелограмма.

1. У параллелограмма противолежащие стороны: ______________________

1. ______________________

2. ______________________

2. У параллелограмма противолежащие углы ______________________

____

____

3. У параллелограмма диагонали ______________________

____

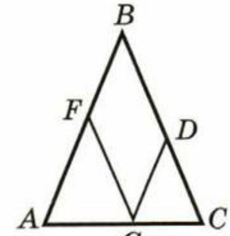
____

____

____

58*

В равнобедренный треугольник вписан параллелограмм так, что угол параллелограмма совпадает с углом при вершине треугольника, а вершина противолежащего угла лежит на основании. Докажите, что периметр параллелограмма есть величина постоянная для данного треугольника.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Решение:

____

____

____

54. Прямоугольник

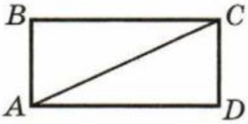
Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение прямоугольника:

Прямоугольником называется ______________________

Прямоугольник является параллелограммом по определению, поэтому все свойства параллелограмма справедливы и для прямоугольника. Сформулируйте эти свойства.

59

В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со стороной AD угол, равный 37°. Найдите градусную меру $\angle ACD$. (Решите устно.)



Ответ: $\angle$ACD = ______________

60

В параллелограмме из вершин двух углов на противоположные стороны опущены перпендикуляры. Докажите, что полученный четырехугольник – прямоугольник.

Дано: *GBFD – параллелограмм;*
______ *BA⊥GD*; ___ *DC⊥BF* ______
Доказать: *ABCD – прямоугольник.*

Доказательство

$BC \parallel AD$, так как $GBFD$ – параллелограмм;
$BA \parallel DC$, так как они перпендикулярны прямой GD.
$\angle BAD = 90°$, *так как* $BA \perp GD$. $\angle BCD = 90°$, *так как* $DC \perp BF$.
$\angle ABC = 90°$, *так как* $\angle BAD$ и $\angle ABC$ *– односторонние углы при* $BF \parallel GD$ *и секущей* AB.
$\angle CDA = 90°$, *так как* $\angle CDA$ и $\angle BCD$ *– односторонние углы при* $BF \parallel GD$ *и секущей* DC.
Следовательно, $ABCD$ – параллелограмм, у которого все углы равны.
Значит, $ABCD$ – прямоугольник.

При доказательстве следующей задачи воспользуйтесь следствиями из признака параллельности прямых: «***две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны***» и свойством углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей: «***если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой***».

61

Докажите, что если в четырехугольнике три угла прямые, то он является прямоугольником.

Дано: $\angle BAD = \angle CDA = \angle BCD = 90°$.

Доказать: *$ABCD$ – прямоугольник.*

Доказательство

$BA \parallel DC$, *так как* ______________________________

____

$BC \parallel AD$, так как ______________________________

____

Следовательно, $ABCD$ - ______________________________

$\angle ABC = 90^\circ$, так как ______________________

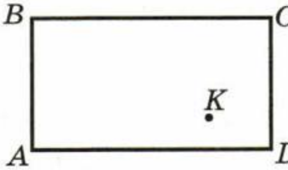
____

$\angle BAD = \angle CDA = \angle BCD = \angle ABC = 90^\circ$ ______________________

Следовательно, $ABCD$ - ______________________

62

Периметр прямоугольника равен 17 см. Найдите сумму расстояний от точки K до всех его сторон.



Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение:

____

____

____

____

Ответ: ______________________

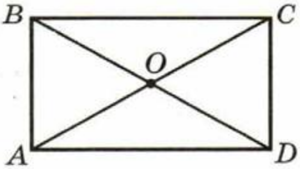
Сформулируйте свойство диагоналей прямоугольника.

____

____

63

Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Докажите, что ΔAOB – равнобедренный.



Дано: ______________________

____

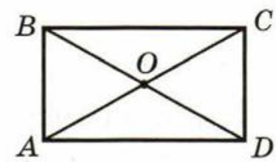
Доказать: ______________________

Доказательство

____

64

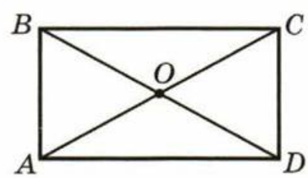
Меньшая сторона прямоугольника равна 6 см. Найдите длины диагоналей, если они пересекаются под углом 60°. (Решите устно.)



Ответ: ______________________

65

В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что отрезок BO является медианой треугольника ABC.



Дано: $ABCD$ – прямоугольник
O – точка пересечения диагоналей

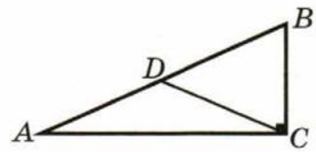
Доказать: BO – медиана ΔABC

Доказательство

Результат, полученный при решении задачи № 65, используйте при решении следующей задачи.

66

Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

Сформулируйте утверждение, обратное свойству диагоналей прямоугольника.

Это утверждение сформулировано в задаче 26 (учебник §6) и является признаком *прямоугольника*. Докажите его.

Дано: $AC = BD$. ____________

Доказать: *ABCD – прямоугольник.*

Доказательство

В треугольниках BAD и CDA: $BA = CD$,

как ____________

$AC = BD$, *по условию;*

AD – ____________;

Следовательно, $\Delta BAD = \Delta CDA$ *по* ____________

Отсюда $\angle BAD = \angle CDA$; *при этом* $\angle BAD$ и $\angle CDA$ – *внутренние односторонние углы при параллельных прямых AB и CD и секущей AD.*

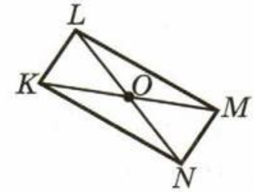
Следовательно $\angle BAD = \angle CDA = 90°$

Следовательно, ABCD - ____________ *в силу задачи № 25 из учебника.*

При решении следующей задачи используйте признак прямоугольника, который сформулирован в задаче №26 (учебник §6).

67

В параллелограмме $KLMN$ диагонали пересекаются в точке O и при этом отрезки LO и MO равны. Определите, является ли параллелограмм $KLMN$ прямоугольником.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

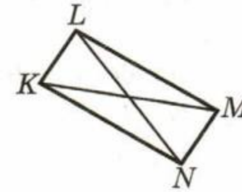
____

____

В задачах № 24, 25 (учебник §6) сформулированы два признака прямоугольника, доказательство которых опирается на определение прямоугольника. Используйте их при решении следующих задач.

68

В параллелограмме $KLMN$ каждый из углов LKM и MNL равен 57°. Определите, является ли параллелограмм $KLMN$ прямоугольником.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Решение:

____

____

____

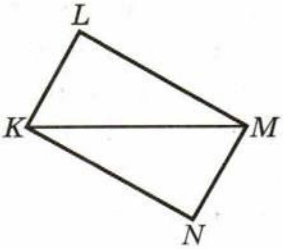
____

____

____

69

В параллелограмме $KLMN$ диагональ KM образует со сторонами KL и ML углы, соответственно равные 32°и 58°. Докажите, что $KLMN$ – прямоугольник.



Дано: ____________________

____

Доказать: ____________________

Доказательство

____

____

____

____

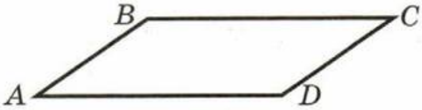
При решении следующей задачи полезно воспользоваться свойствами биссектрис накрест лежащих и внутренних односторонних углов при параллельных прямых.

70

В параллелограмме, смежные стороны которого не равны, проведены биссектрисы углов. Докажите, что при их пересечении образуется прямоугольник. (При решении дополните чертеж.)

Дано: ____________________

____



Доказать: ____________________

Решение:

____

____

____

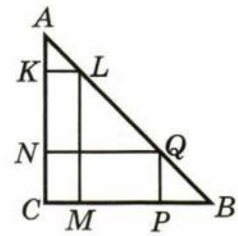
____

____

____

71

(№ 31 учебник §6). В прямоугольный равнобедренный треугольник вписан прямоугольник так, что угол прямоугольника совпадает с углом при вершине треугольника, а вершина противолежащего угла лежит на гипотенузе. Докажите, что периметр прямоугольника есть величина постоянная для данного треугольника. (Запишите условие и решите задачу.)



Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Решение:

____

____

____

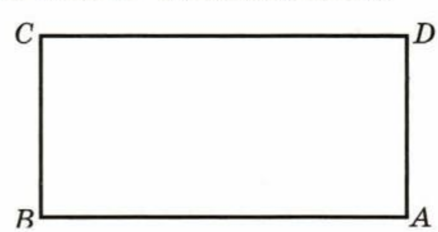
____

____

При решении следующих задач следует использовать результат решения задачи 28: биссектриса угла прямоугольника отсекает от него прямоугольный равнобедренный треугольник.

72

Стороны прямоугольника равны 11 см и 4 см. Биссектрисы углов, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три части. Найдите длины этих частей. (Дополните рисунок.)



Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение:

____

____

Ответ: ______________________

Задача № 73 является вариантом задачи № 72, поэтому обратите внимание на выполнение чертежа.

73

Стороны прямоугольника равны 5 см и 4 см. Биссектрисы углов, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три части. Найдите длины этих частей. (Дополните рисунок.)

Дано: ______________________

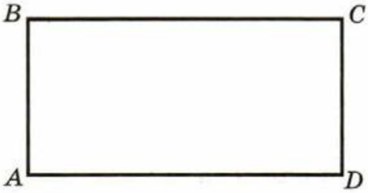
Найти: ______________________

Решение:

Ответ: ______________________

74

Найдите периметр прямоугольника $ABCD$, если биссектрисы его углов A и B делят сторону CD на три равные части, длина каждой – 4 см. (Дополните рисунок.)



Дано: ______________________

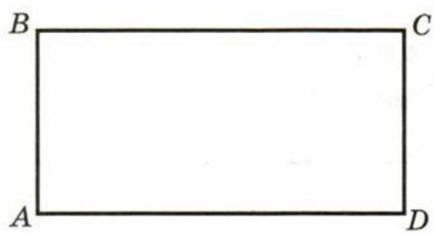
Найти: ______________________

Решение:

Ответ:

75

В условии задачи № 74 длины сторон измените так, чтобы длина среднего отрезка равнялась нулю, запишите новую формулировку условия задачи и сделайте чертеж.



55. Ромб

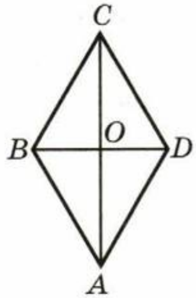
Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение ромба.

Ромбом называется

Так как ромб является параллелограммом по определению, поэтому все свойства параллелограмма справедливы и для ромба:
– *диагонали ромба пересекаются и точкой пересечения делятся пополам;*
–*противоположные стороны ромба равны и параллельны.*

76

1. Периметр ромба $ABCD$ равен 56 см. Найдите его сторону. (Решите устно.)



Ответ: ______________________________.

2. Один из углов ромба $ABCD$ равен 72°. Найдите углы ромба. (Решите устно.)

Ответ: $\angle A$ = ______; $\angle B$ = ______; $\angle C$ = ______; $\angle D$ = ______

3. Диагонали ромба $ABCD$ равны: $AC = 16$ см и $BD = 12$ см. Найдите отрезки OD и OC. (Решите устно.)

Ответ: OD = ______ см; OC = ______ см.

77

В ромбе $ABCD$ проведена диагональ AC. Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

____

Сформулируйте свойства диагоналей ромба и сделайте рисунок, иллюстрирующий перпендикулярность диагоналей ромба, и рисунок, иллюстрирующий свойство одной из диагоналей ромба быть биссектрисой соответствующих углов.

____

____

____

____

____

78

В ромбе $ABCD$ угол BAD равен 50°. Найдите углы треугольника ABD. (Решите устно.)

Ответ: $\angle ABD$ = ____________; $\angle BDA$ = ____________; $\angle DAB$ = ____________

79

В ромбе $ABCD$ угол BAD равен 46°. Найдите углы треугольника AOD. (Решите устно.)

Ответ: $\angle ADO$ = ________; $\angle OAD$ = ________; $\angle DOA$ = ________

80

(№ 33, учебник **§6)** Сформулируйте и докажите утверждение, обратное свойству перпендикулярности диагоналей ромба.

____

____

____

Дано: ________________________________

____

Доказать: ____________________________

Доказательство

____

____

____

____

81

(№ 34, учебник §6) Сформулируйте утверждение, обратное свойству диагоналей ромба быть бессектрисами соответствующих углов.

____

____

____

Дано: ____________________

____

Доказать: ____________________

Доказательство

____

____

____

____

В вышеприведенных задачах № 61 и 62 (№33, 34, §6 учебника) сформулированы два признака ромба. Используйте их при решении задач.

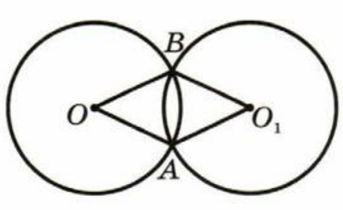
82

Начертите четырехугольник, у которого диагонали перпендикулярны, но который не является ромбом.

В задаче №36 (учебник, §6) сформулирован еще один признак ромба: "***Четырехугольник, у которого все стороны равны, является ромбом***". Используйте этот признак при решении следующей задачи.

83

Две окружности с центрами в точках O и O_1 и равными радиусами пересекаются в точках A и B. Докажите, что четырехугольник AO_1BO – ромб.



Дано: ____________________

____

Доказать: ____________________

Доказательство

____

При решении задачи № 84 полезно воспользоваться результатом, доказанным в задаче № 43 (учебник §4). В задаче № 43 (пункт 35) доказано свойство катета, лежащего против угла в 30°.

84

Сторона ромба равна 18 см, а один из углов равен 150°. Найдите расстояние между его противолежащими сторонами.

Дано:

Найти:

Решение:

Ответ:

85

Докажите, что точка пересечения диагоналей ромба равноудалена от его сторон.

Дано:

Доказать:

Решение:

Из доказанного в задаче №65 следует: ***В ромб можно вписать окружность.***

56. Квадрат

Сформулируйте определение квадрата:

Квадратом называется ______________________________

____

Так как квадрат является одновременно и прямоугольником, и ромбом по определению, то все свойства параллелограмма и ромба справедливы для квадрата:

– *все углы квадрата прямые;*
– *диагонали квадрата равны;*
– *диагонали квадрата взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам;*
– *диагонали квадрата являются биссектрисами его углов.*

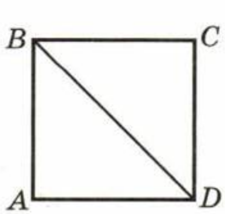
86

Периметр квадрата равен 28 см. Найдите его сторону. (Решите устно.)

Ответ: ______________________________

87

В квадрате $ABCD$ проведена диагональ BD. Определите:



1.Вид треугольника ABD. (Решите устно.)

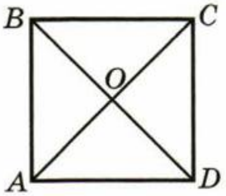
Ответ: ΔABD – ______________________

2.Углы ΔABD. (Решите устно.)

Ответ: $\angle \mathbf{ABD}$ = ______; $\angle \mathbf{BDA}$ = ______; $\angle \mathbf{DAB}$ = ______.

88

В квадрате $ABCD$ проведены диагонали BD и AC.



1.Определите вид треугольника AOD (Решите устно)

Ответ: ΔAOD – ____________________

2. Определите углы ΔAOD. (Решите устно)

Ответ: $\angle AOD$ =_____; $\angle ODA$ =_____; $\angle DAO$ =_____.

3.Найдите диагональ BD, если диагональ $AC = 6$ см. (Решите устно.)

Ответ: BD = ____________________

В задаче № 40 (учебное пособие §6) и задаче № 89 сформулированы признаки квадрата.

89

Докажите, что ромб, у которого один угол – прямой, является квадратом.

Дано: *ABCD – ромб;*
∠ABC – прямой.

Доказать: *ABCD – квадрат*

Доказательство

Так как ABCD – ромб, значит ABCD – параллелограмм, у которого ∠ABC – прямой. Следовательно, в силу результата решения задачи №25 (учебник §6), параллелограмм ABCD является прямоугольником. А прямоугольник, у которого все стороны равны (ABCD – ромб), по определению является квадратом. Следовательно, ABCD – квадрат.

90*

Определите, вершинами какого четырехугольника являются точки пересечения диагоналей квадратов, построенных на сторонах параллелограмма вне его.

Дано: *ABCD – параллелограмм;*
AFEB, BSRC, CGHD и ADQJ – квадраты

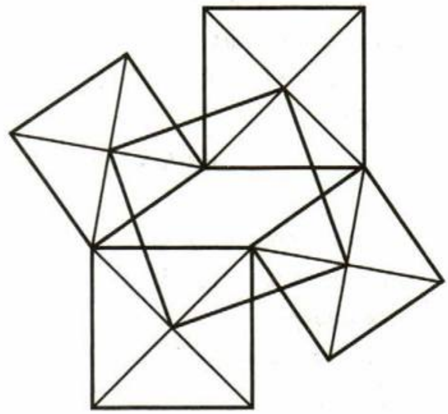
Определить вид четырехугольника KLMN

Решение:

Рассмотрим ΔKBL *и* ΔMLC:
$\angle EBS = \angle BCD$, *как углы со взаимно перпендикулярными сторонами:* $SB \perp BC$ *и* $EB \perp AB$, *а* $AB \parallel DC$, *значит,* $EB \perp DC$.
$\angle KBE = \angle SBL = \angle LCB = \angle MCD = 45^\circ$, *как углы, образованные сторонами и диагоналями соответствующих квадратов.*
$\angle KBL = \angle EBS + \angle KBE + \angle SBL$; $\angle LCM = \angle BCD + \angle LCB + \angle MCD$
Следовательно, $\angle KBL = \angle LCM$,
$AB = CD$ *как противолежащие стороны параллелограмма ABCD. Следовательно, квадраты AFEB и CGHD имеют равные стороны. Отсюда следует, что* $\Delta AKB = \Delta CMD$ *как равнобедренные прямоугольные треугольники с равными гипотенузами. Значит,* $KB = CM$.
$BL = LC$ *как диагонали квадрата BSRC*
Следовательно, $\Delta KBL = \Delta MLC$ *по двум сторонам и углу между ними.*
Из равенства треугольников следует $KL = LM$.
Аналогично доказывается: $LM = MN$ *и* $MN = KN$.
Значит, у четырехугольника KLMN все стороны равны, а в силу доказанного в задаче № 36 (учебное пособие §6) KLMN – ромб.
Из $\Delta KBL = \Delta MLC$ *следует* $\angle KLB = \angle CLM$.
$\angle BLC = 90^\circ$, *так как диагонали квадрата пересекаются под прямым углом.*
$\angle KLM = \angle KLB + \angle BLC - \angle CLM = 90^\circ$.
Значит, KLMN – ромб, у которого один угол прямой.
Следовательно, по доказанному в задаче № 65 KLMN – квадрат.

91*

Определите, вершинами какого четырехугольника являются точки пересечения диагоналей квадратов, построенных на сторонах ромба вне его? (Внесите обозначения на чертеж и решите задачу.)



Дано: ________________

____

Определите вид четырехугольника

Решение:

____

____

____

____

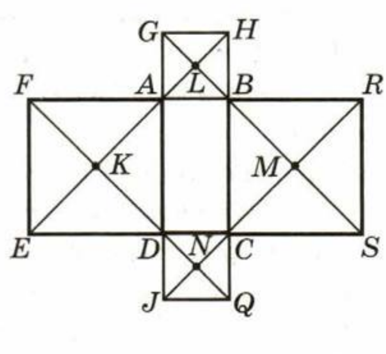
____

____

____

92*

Определите, вершинами какого четырехугольника являются точки пересечения диагоналей квадратов, построенных на сторонах прямоугольника вне его?



Дано: ________________

____

Определите вид четырехугольника

Решение:

____

____

____

____

57. Теорема Фалеса

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте теорему Фалеса.

Следующие задачи решите устно, используя данные чертежа.

93

Дано: $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$
$A_1B_1 \| A_2B_2 \| A_3B_3 \| A_4B_4$;
$OB_4 = 28$ см

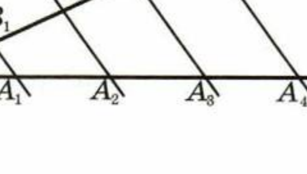
Найти: OB_1; OB_2; OB_3

Ответ: $OB_1 =$ ____ см;
$OB_2 =$ ____ см;
$OB_3 =$ ____ см.

94

Дано: $\angle DCG = \angle BAG = 90°$;
$GB = BD = 7$ см; $AC = 4$ см.

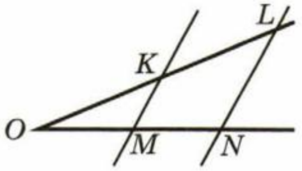
Найти: AG.



Ответ: $AG =$ ________ см.

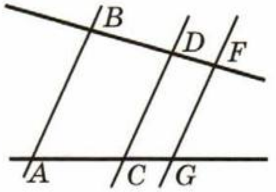
95

Дано: $\angle KMO = \angle LNO = 116°$;
$OM = MN = 8$ см; $OK = 13$ см.
Найти: KL.
Ответ: $KL =$ ________ см.



96

Дано: $AB \parallel CD \parallel FG$;
$CG = 4$ см; $DF = 5$ см; $BD = 10$ см.
Найти: AC.
Ответ: $AC =$ ________ см.

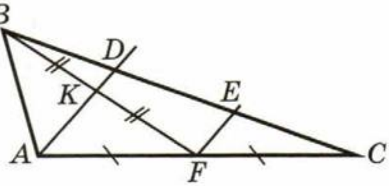


97*

Точка K – середина медианы BF треугольника ABC. Прямая AK пересекает сторону BC в точке D. Докажите, что $BD = \frac{1}{3} BC$.

Дано: *BF – медиана; $BK = KF$;*
$D \in BC$

Доказать: $BD = \frac{1}{3} BC$.



Доказательство

Через точку F проведем прямую, параллельную AD. Пусть она пересечет сторону BC в точке E. Тогда, так как $AF = FC$, то $CE = ED$ (по теореме Фалеса для угла ACB). Так как $BK = KF$, то

$BD = DE$ (по теореме Фалеса для угла FBC). Следовательно, $BD = \frac{1}{3} BC$.

Внимательно посмотрите решение задачи № 97. Решите задачу №98 самостоятельно.

98*

Точки K и L – середины сторон AD и BC параллелограмма $ABCD$. Докажите, что прямые AL и CK делят диагональ BD на три равные части.

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________________

Решение:

____

____

____

____

____

____

58. Средняя линия треугольника

Сформулируйте определение средней линии треугольника.

Средняя линия треугольника ______________________________

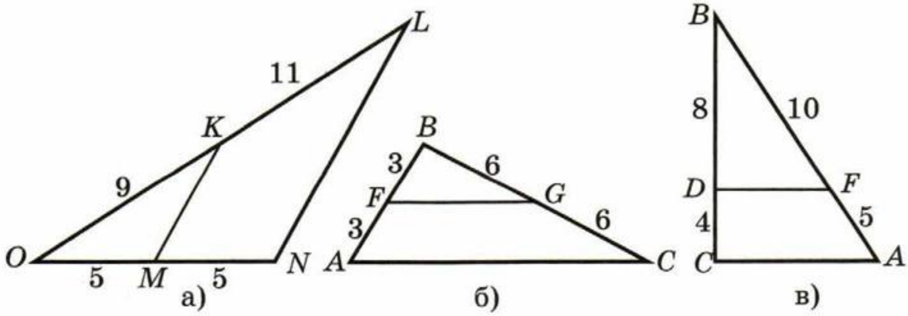
____

____

____

99

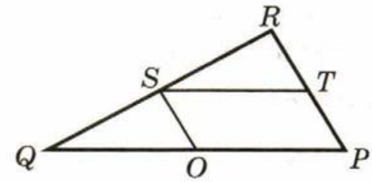
Среди треугольников, приведенных на рисунке, найдите треугольники, в которых проведена средняя линия треугольника.



Ответ: а); б); в).

100

В треугольнике QRP проведены средние линии ST и SO. Определите: является ли отрезок OT средней линией данного треугольника? (Дайте развернутый ответ.)



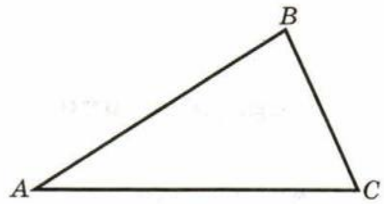
Ответ: ______________________

____

____

101

Постройте среднюю линию данного треугольника. Сколько средних линий можно построить в данном треугольнике?



Ответ: ______________________

____

____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте теорему о средней линии треугольника.

Средняя линия треугольника ______________________

____

____

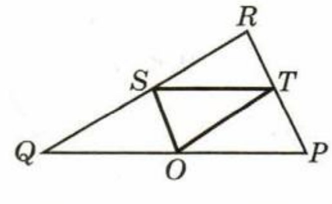
102

В треугольнике QRP проведены средние линии ST, OT и OS. Докажите, что треугольники QSO, SRT, OTP и TOS равны и каждый из них подобен треугольнику QRP.

Дано: ______________________

Доказать: ______________________

____



Доказательство

____

____

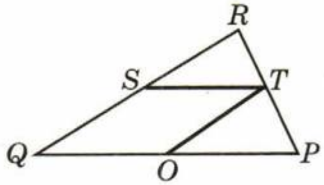
103

В треугольнике QRP отмечены точки S, T и O, которые являются серединами сторон QR, RP и QP соответственно. Докажите, что $QSTO$ – параллелограмм.

Дано:

Доказать:

Доказательство



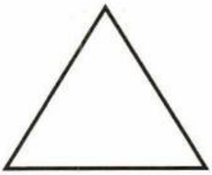
104

В равностороннем треугольнике QRP отмечены точки S, T и O, которые являются серединами сторон QR, RP и QP соответственно. Найдите периметр параллелограмма $QSTO$, если периметр треугольника SRT равен 27 см. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано:

Найти:

Решение:



Ответ:

105

Диагональ квадрата равна 26 см. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон квадрата.

Дано: ____________________

____

Найти: ____________________

Решение:

____

____

____

____

____

____

Ответ: ____________________

59. Трапеция

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определения трапеции и связанных с трапецией понятий.

Трапецией называется ____________________

____

____

____

Основаниями трапеции называются

____

____

____

Боковыми сторонами трапеции называются ____________________

____

106

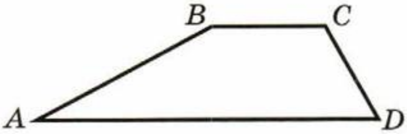
Начертите трапецию, внесите обозначения на чертеж и запишите ее основания и боковые стороны.

Ответ: *Основания трапеции:* ________ *и* __________

*Боковые стороны трапеции:*________ *и* ________

107

В трапеции $ABCD$ проведите прямую CF, параллельную AB. Определите вид четырехугольника $ABCF$.



Ответ: Четырехугольник $ABCF$ – ______________________

108

В трапеции $ABCD$ углы, прилежащие к стороне AD, равны $74°$ и $81°$. Определите углы, прилежащие к стороне BC. (Решите устно.)

Ответ: $\angle ABC$ = ________; $\angle BCD$ = ________

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение равнобокой трапеции.

Равнобокой трапецией называется ____________________________

____

____

109

Докажите, что в равнобокой трапеции $ABCD$ высоты BK и CL отсекают на большем основании AD равные отрезки AK и LD.

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________

Доказательство

____

В задаче №60 из §6 учебника доказывается равенство углов при основании равнобокой трапеции.

110

Сформулируйте и докажите утверждение, обратное утверждению задачи 60 из учебника. (Это утверждение является признаком равнобокой трапеции.)

Дано: ______

Доказать: ______

Доказательство

Рассмотрим еще одно свойство равнобокой трапеции.

111

Докажите, что в равнобокой трапеции диагонали равны.

Дано: ______

Доказать: ______

Доказательство

112

Ссформулируйте и докажите утверждение, обратное утверждению задачи 111. (Это утверждение является признаком равнобокой трапеции).

Дано: ____________________

____

Доказать: ____________________

Доказательство

____

____

____

113

В равнобокой трапеции $ABCD$ углы, прилежащие к стороне AD, равны 45°. Найдите высоту трапеции, если основания равны 13 см и 27 см.

Дано: ____________________

____

Найти: ____________________

Решение

____

____

____

Ответ: ____________________

Ниже приведены свойства трапеции, полученные в результате решения задач. Эти свойства полезно применять при решении задач.

1. Для любой трапеции перпендикуляры, опущенные из вершин одного основания на другое, – высоты трапеции – равны, так как являются расстоянием между параллельными прямыми.

2. В равнобокой трапеции перпендикуляры, проведенные из вершин меньшего основания к большему, отсекают от трапеции два прямоугольных треугольника, равных по катету и гипотенузе.

3. В равнобокой трапеции перпендикуляры, проведенные из вершин меньшего основания к большему, делят большее основание на два равных между собой отрезка и отрезок, равный меньшему основанию.

4. В равнобокой трапеции углы при основании равны.

5. Прямая, проходящая через вершину меньшего основания параллельно боковой стороне, разбивает любую трапецию на параллелограмм и треугольник.

6. В равнобокой трапеции этот треугольник является равнобедренным.

Сформулируйте определение средней линии трапеции.

Средней линией трапеции называется ______________________

____

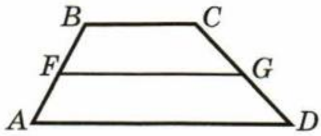
Сформулируйте теорему о средней линии трапеции.

____

____

114

В трапеции $ABCD$ стороны равны: $AB = 8$ см, $BC = 13$ см, $CD = 10$ см, $AD = 19$ см. Отрезок FG – средняя линия трапеции. Найдите стороны трапеции $AFGD$.



Ответ: $AF =$ _____ см, $FG =$ _____ см, $GD =$ _____ см, $AD =$ _____ см.

115

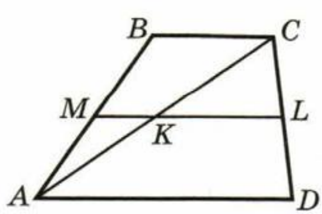
В трапеции, одно из оснований которой равно 5 см, проведена средняя линия, длина которой равна 6 см. Чему равно другое основание трапеции? (Решите устно.)

Ответ: ______________ см.

116

В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 12$ см и $BC = 8$ см проведена средняя линия ML, которая пересекает диагональ AC в точке K. Чему равны отрезки MK и KL?

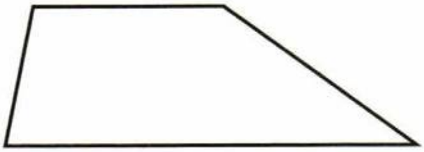
(Решите устно.)



Ответ: $MK =$ _______ см, $KL =$ _______ см.

117

Диагонали трапеции $ABCD$ пересекают среднюю линию RP в точках M и N. Докажите, что $RM = NP$.



Дано: ______________________

____

Доказать: ________________

Доказательство

____

____

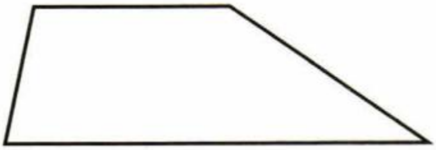
____

____

____

118

Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три равные части. Определите, как относятся основания этой трапеции.



Дано: ______________________

____

Найти: ____________________

Решение:

____

____

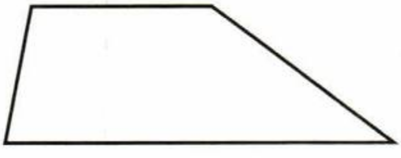
____

____

Ответ: ______________________

119

Докажите, что отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, параллелен основаниям трапеции и равен полуразности оснований.



Дано: ______________________

____

Доказать: ____________

Доказательство

____

____

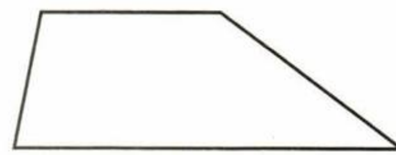
____

____

____

120

Докажите, что середины сторон равнобокой трапеции являются вершинами ромба.



Дано: ____________

____

Доказать: ____________

Доказательство

____

____

____

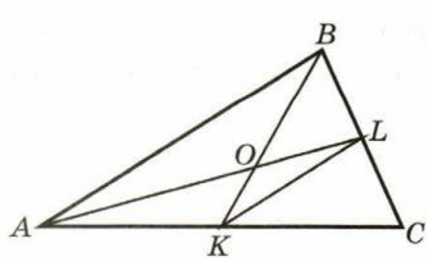
____

____

В задаче №74 из §6 учебника дано очень важное свойство треугольников: «***Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении*** 2 : 1, ***считая от вершин***». Используйте это свойство медиан треугольника при решении следующей задачи.

121

В треугольнике ABC проведены медианы $AL = 15$ см и $BK = 12$ см. Чему равны стороны ΔKOL, если $AB = 14$ см? (Решите устно.)



Ответ: $OL =$ ______ см, $KO =$ ______ см, $KL =$ ______ см.

§ 7 Теорема Пифагора

60. Косинус угла

Сформулируйте определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника.

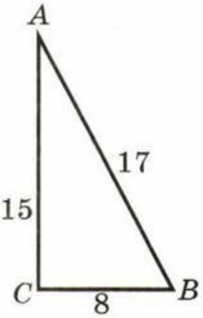
Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется ____

____

Следующие задачи решите устно.

122

Дан прямоугольный треугольник ABC. В ответах на предложенные вопросы выберите и подчеркните правильные.



1. Какое отношение верно?

Ответ: а) $\cos A = \frac{AB}{AC}$; б) $\cos A = \frac{CB}{AB}$;

в) $\cos A = \frac{AC}{AB}$; г) $\cos A = \frac{CB}{AC}$.

2. Чему равен $\cos A$?

Ответ: а) $\cos A = \frac{8}{15}$; б) $\cos A = \frac{8}{17}$; в) $\cos A = \frac{17}{15}$; г) $\cos A = \frac{15}{17}$.

3. Чему равен $\cos B$?

Ответ: а) $\cos B = \frac{8}{15}$; б) $\cos B = \frac{8}{17}$; в) $\cos B = \frac{17}{15}$; г) $\cos B = \frac{15}{8}$.

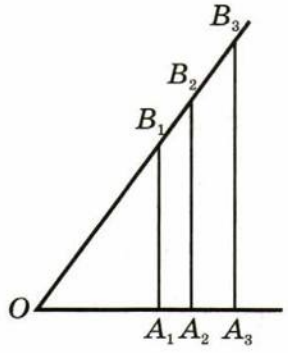
123

В прямоугольном треугольнике катет равен 8 см, а косинус прилежащего угла равен 0,8. Чему равна гипотенуза?

Ответ: __________________________ см.

124

На сторонах угла B_3OA_3 отложены отрезки $OB_1 = 5$ см, $OB_2 = 6{,}25$ см, $OB_3 = 8$ см. Из точек B_1, B_2 и B_3 опущены перпендикуляры на другую сторону угла, причем $OA_1 = 3$ см, $OA_2 = 3{,}75$ см, $OA_3 = 4{,}8$ см.



1. Найдите $\cos O$ из ΔA_1OB_1.

Ответ: $\cos O =$ ________________

2. Найдите $\cos O$ из ΔA_2OB_2.

Ответ: $\cos O =$ ________________

3. Найдите $\cos O$ из ΔA_3OB_3.

Ответ: $\cos O =$ ________________

Сформулируйте теорему о косинусе острого угла прямоугольного треугольника.

Косинус угла зависит только от ________________________

____

____

125

В треугольниках ABC и MLK: $\angle C = \angle K = 90°$, $\angle A = \angle M$, $AB = 18$ см, $ML = 6$ см, $MK = 3$ см. Чему равен катет AC?

Дано: $\angle C = \angle K = 90°$, $\angle A = \angle M$;
$AB = 18$ см, $ML = 6$ см, $MK = 3$ см.

Найти: AC.

Решение

ΔMLK и ΔABC – прямоугольные треугольники, так как $\angle C = \angle K = 90°$.

$\cos M = \dfrac{MK}{ML}$ и $\cos A = \dfrac{AC}{AB}$ *по определению косинуса острого угла* прямоугольного треугольника,

$$\cos M = \frac{MK}{ML} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$\cos M = \cos A$, так как $\angle A = \angle M$. Следовательно, $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$,

отсюда

$$AC = AB \cos A = 18 \cdot \frac{1}{2} = 9 \text{ (см)}.$$

Ответ: $AC = 9$ см.

126

В треугольниках ABC и MLK: $\angle C = \angle K = 90°$, $\angle A = \angle M$, $AB = 15$ см, $AC = 5$ см, $MK = 8$ см. Чему равна гипотенуза ML?

Дано: ______________________

____

____

Найти: ______________________

Решение:

____

____

____

____

Ответ: $ML =$ ______________ см.

127

В треугольнике ABC высота CD, опущенная из вершины прямого угла C, делит гипотенузу AB на отрезки $AD = 5$ см и $DB = 4$ см. Чему равен катет BC?

Дано: ______________________

____

____

Найти: ______________________

Решение

Ответ: $BC =$ ____________ см.

63. Теорема Пифагора

Сформулируйте теорему Пифагора:

В учебном пособии приведены два следствия из теоремы Пифагора. Посмотрите решение задачи 128 и аналогично докажите задачу 129.

128

Следствие 1. В прямоугольном треугольнике любой из катетов меньше гипотенузы.

Дано: *$\triangle ABC$ – прямоугольный треугольник;* $\angle C = 90°$.

Доказать: $AB > BC$; $AB > AC$.

Решение

Так как $\triangle ABC$ – прямоугольный, то по теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Так как $BC^2 > 0$, то $AC^2 < AB^2$, то есть $AC < AB$, что и требовалось доказать.

Для катета BC доказательство *аналогично.*

129

Следствие 2. В прямоугольном треугольнике $\cos\alpha < 1$ для любого острого угла.

Дано: ______________________

Доказать: ______________________

Решение

____

____

____

____

130

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 20 см, а гипотенуза больше второго катета на 8 см. Вычислите периметр треугольника.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

____

Ответ: ______________________ см.

131

В треугольнике ABC высота CD, опущенная из вершины прямого угла C, делит гипотенузу AB на отрезки $AD = 9$ см и $DB = 16$ см. Катет BC равен 20 см. Найдите катет AC и высоту CD этого треугольника.

Дано: ______________________

____

____

Найти: ______________________

Решение

____

Ответ: $AC =$ __________ см, $CD =$ ______________ см.

132

Найдите отношение диагонали квадрата к его стороне.

Дано: ______________________

Найти: ______________________

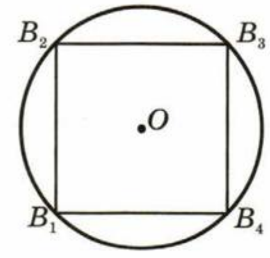
Решение

____

Ответ: ______________________

133

Радиус окружности, описанной около квадрата, равен 3 см. Определите сторону квадрата.



(Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано: ______________________

Найти: ______________________

Решение

____

Ответ: ______________________________ см.

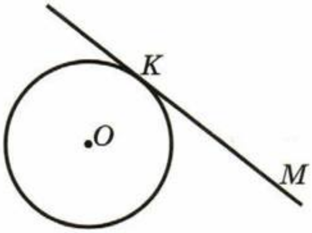
134

Сторона квадрата равна 7 см. Определите диаметр окружности, описанной около квадрата. (Решите устно.)

Ответ: ______________________________ см.

135

К окружности радиуса 10 см проведена касательная, на которой взята точка M на расстоянии 24 см от точки касания. Найдите расстояние от точки M до центра окружности. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)



Дано: ______________________________

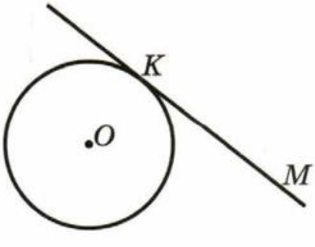
Найти: ______________________________

Решение

Ответ: ______________________________

136

Из точки M, отстоящей от центра окружности на расстоянии 29 см, проведена касательная $KM = 21$ см, где K – точка касания. Найдите радиус окружности. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)



Дано: ______________________________

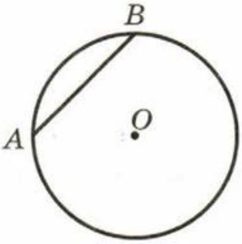
Найти: ______________________________

Решение

Ответ:

137

В окружности радиуса 17 см проведена хорда, равная 16 см. Найдите расстояние от центра окружности до хорды. (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)



Дано:

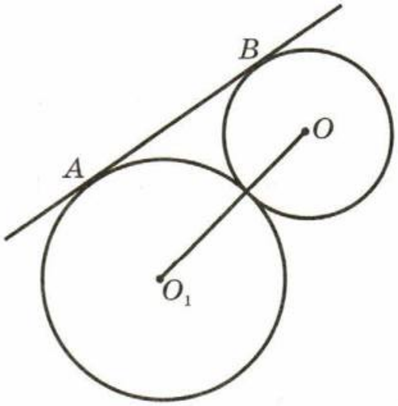
Найти:

Решение

Ответ:

138

Две окружности, радиусы которых равны 20 см и 5 см, касаются внешним образом и имеют общую касательную *AB*. Найдите длину отрезка *AB*. (Дополните чертеж и решите задачу.)



Дано:

Найти:

Решение

Ответ: ______

При решении задачи 139 следует применить следствие 1.

139

Докажите, что в тупоугольном треугольнике против большего угла лежит большая сторона

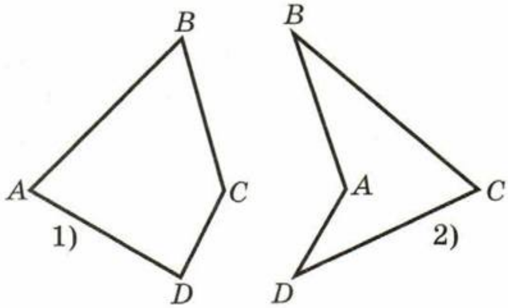
Дано: ______

Доказать: ______

Доказательство

140–141

Докажите, что если диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$. (Рассмотрите два случая для двух типов четырехугольника.)



Дано: ______

Доказать: ______

Доказательство

Ответ: ____________________

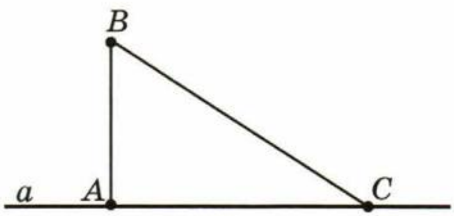
65. Перпендикуляр и наклонная

По рисунку объясните понятия перпендикуляра, наклонной и проекции наклонной.

1. Отрезок AB – ____________________

2. Отрезок BC – ____________________

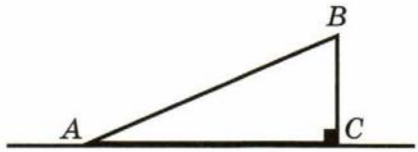
2. Отрезок AC – ____________________



В задачах № 128 и 129 были доказаны два следствия из теоремы Пифагора. В следующих задачах №№ 142–144 докажем еще три следствия из теоремы Пифагора, сформулированные для перпендикуляра и наклонной.

142

Следствие 3. Если к прямой из одной точки проведены перпендикуляр и наклонная, то любая наклонная больше перпендикуляра.



Дано: ____________________

Доказать: ____________________

Доказательство

143

Следствие 4. Если к прямой из одной точки проведены перпендикуляр и наклонная, то равные наклонные имеют равные проекции.

Дано: ______________________

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

144

Следствие 5. Если к прямой из одной точки проведены перпендикуляр и наклонная, то из двух наклонных больше та, у которой проекция больше.

Дано: ______________________

Доказать: ______________________

Доказательство

____

____

____

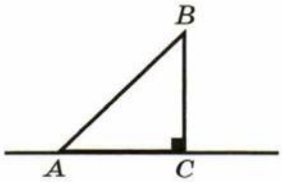
145

К прямой из одной точки проведены перпендикуляр и наклонная, которая образует с данной прямой угол, равный 45°. Найдите перпендикуляр, если проекция наклонной равна 11 см.

Дано: ______________________

Найти: ______________________

Решение



____

____

____

____

Ответ: ______________________

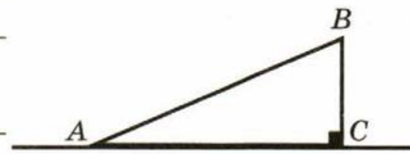
146

К прямой из одной точки проведены перпендикуляр и наклонная, которая образует с данной прямой угол, равный 30°. Найдите перпендикуляр, если наклонная равна 18 см.

Дано: ______________________

Найти: ____________________

Решение



____

Ответ: ______________________

147

К прямой из одной точки проведены перпендикуляр и наклонная, которая образует с данной прямой угол, равный 60°. Найдите проекцию наклонной, если наклонная равна 16 см.

Дано: ______________________

Найти: ____________________

Решение

____

Ответ: ______________________

66. Неравенство треугольника

Сформулируйте неравенство треугольника.

____

148

Определите, существует ли такой треугольник, у которого периметр равен 18 см, а одна из сторон 14 см?

Дано: *Периметр треугольника равен* 18 см;
Сторона треугольника равна 14 см

Определите: *Может ли существовать такой треугольник?*

Решение

Предположим, что такой треугольник существует.

Тогда сумма двух сторон треугольника больше его третьей стороны. Одна сторона данного треугольника равна 14 см, *а сумма двух других сторон равна* 4 см (18 см - 14 см = 4 см), *то есть одна из сторон больше суммы двух других. Пришли к противоречию. Следовательно, такой треугольник не существует.*

При решении следующей задачи воспользуемся утверждением, сформулированным в задаче № 41 из §7 учебника, в котором доказывается существование такого треугольника.

149

Определите, существует ли треугольник со сторонами 13 см, 11 см, 4 см?

67. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определения синуса, тангенса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника.

Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется

____

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется ____

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется ____

____

150

Дан прямоугольный треугольник ABC. В ответах на предложенные вопросы выберите и подчеркните правильные.

1. Какое отношение верно?

1. а) $\sin A = \frac{AB}{AC}$; б) $\sin A = \frac{CB}{AB}$; в) $\sin A = \frac{AC}{AB}$; г) $\sin A = \frac{CB}{AC}$.

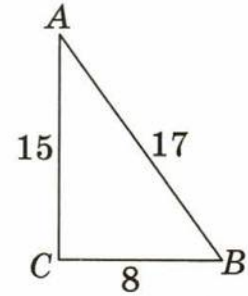
2. а) $\operatorname{tg} A = \frac{AB}{AC}$; б) $\operatorname{tg} A = \frac{CB}{AB}$; в) $\operatorname{tg} A = \frac{AC}{AB}$; г) $\operatorname{tg} A = \frac{CB}{AC}$.

3. $\operatorname{ctg} A = \frac{AB}{AC}$; б) $\operatorname{ctg} A = \frac{CB}{AB}$; в) $\operatorname{ctg} A = \frac{AC}{BC}$; г) $\operatorname{ctg} A = \frac{CB}{AC}$.

2. Чему равен sin B?

а) $\sin B = \frac{8}{15}$; б) $\sin B = \frac{8}{17}$;

в) $\sin B = \frac{17}{15}$; г) $\sin B = \frac{15}{17}$.



3. Чему равен tg B?

а) $\operatorname{tg} B = \frac{8}{15}$; б) $\operatorname{tg} B = \frac{8}{17}$;

в) $\operatorname{tg} B = \frac{17}{15}$; г) $\operatorname{tg} B = \frac{15}{17}$.

4. Чему равен ctg B?

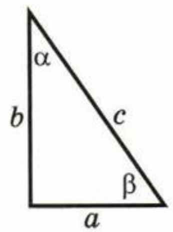
а) $\operatorname{ctg} B = \frac{8}{15}$; б) $\operatorname{ctg} B = \frac{8}{17}$; в) $\operatorname{ctg} B = \frac{17}{15}$; г) $\operatorname{ctg} B = \frac{15}{17}$.

151

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 20 см, а синус одного из острых углов равен 0,7. Чему равен катет, противолежащий данному острому углу?

Ответ: ________________ см.

Из теоремы Пифагора и определений косинуса, синуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника следуют правила нахождения сторон прямоугольного треугольника.

	$c^2 = a^2 + b^2$ $c = \dfrac{a}{\cos\beta}$; $c = \dfrac{b}{\sin\beta}$; $c = \dfrac{b}{\cos\alpha}$; $c = \dfrac{a}{\sin\alpha}$.	$a^2 = c^2 - b^2$ $a = c \cdot \sin\alpha$; $a = c \cdot \cos\beta$; $a = b \cdot \mathrm{tg}\alpha$; $a = \dfrac{b}{\mathrm{tg}\beta}$. $a = b \cdot \mathrm{ctg}\beta$; $a = \dfrac{b}{\mathrm{ctg}\alpha}$.	$b^2 = c^2 - a^2$ $b = c \cdot \sin\beta$; $b = c \cdot \cos\alpha$; $b = a \cdot \mathrm{tg}\beta$; $b = \dfrac{a}{\mathrm{tg}\alpha}$. $b = a \cdot \mathrm{ctg}\alpha$; $b = \dfrac{a}{\mathrm{ctg}\beta}$.

69. Значения синуса, косинуса и тангенса некоторых углов

Сформулируйте теорему об отношении синусов и косинусов углов, дополняющих друг друга до 90° (теорема 7.4):

____

____

____

____

____

____

152

Заполните таблицу:

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\mathrm{tg}\alpha$			
$\mathrm{ctg}\alpha$			

153

Углы при основании трапеции равны 60° и 30°, высота трапеции равна 6 см. Найдите боковые стороны трапеции.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

Ответ: ______________________

154

Гипотенуза прямоугольного равнобедренного треугольника равна 14 см. Определите медиану треугольника, проведенную к гипотенузе.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

Ответ: ______________________

155

Диагональ ромба равна его стороне, ее длина – 10 см. Найдите вторую диагональ и углы ромба.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________

156

Сторона ромба равна a, а один из его углов равен 120°. Найдите диагонали ромба.

Дано: ______________________

____

Найти: ______________________

Решение

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________

157

Диагональ параллелограмма равна a и перпендикулярна его стороне. Найдите стороны параллелограмма, если один из углов параллелограмма равен: а) 30°; б) 45°; в) 60°. (Решите сначала задачу в общем виде, а затем подставьте значения угла).

Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________________

158

Доказать, что в прямоугольном треугольнике проекции катетов на гипотенузу относятся как квадраты катетов.

Дано: ______________________________

____

Доказать: ______________________________

Доказательство

____

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________________

§ 8 Декартовы координаты на плоскости

71. Определение декартовых координат

По рисунку запишите названия осей координат.

Ось x называется осью ______________________________

Ось y называется осью ______________________________

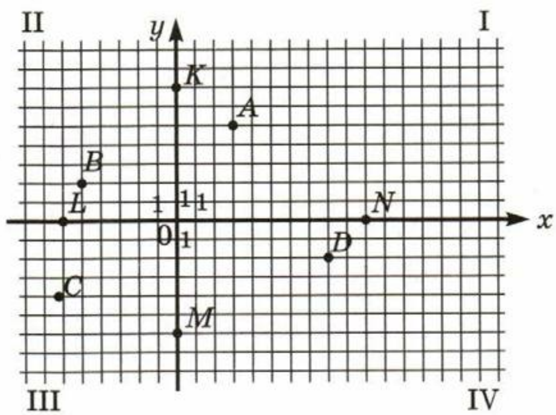
159

1. Определите, чему равны координаты начала координат.

O (x; y): x = ______

y = _____ O (_____; ____);

2. По рисунку определите координаты точек A, B, C и D.



A (x_1; y_1): x_1 = ______

y_1 = _____ A (_____; ____);

B (x_2; y_2): x_2 = ______

y_2 = _____ B (_____; ____);

C (x_3; y_3): x_3 = ______ y_3 = _____ C (_____; ____);

D (x_4; y_4): x_4 = ______ y_4 = _____ D (_____; ____);

160

На рисунке постройте точки координаты точки E (−3; 7), F (5; 6), G (−2; −5), H (6; −4).

161

По рисунку определите, какие знаки имеют координаты точек, лежащих в одной координатной четверти. (Выполните по образцу I четверти.)

I четверть: ___+___ x_1 ;__+__ y_1; II четверть: ______ x_2 ;_____ y_2;

III четверть: ______ x_3 ;_____ y_3; IV четверть: ______ x_4 ;_____ y_4.

Из решения задач 159 – 161 можно сделать вывод:

В пределах одной четверти знаки обеих координат сохраняются.

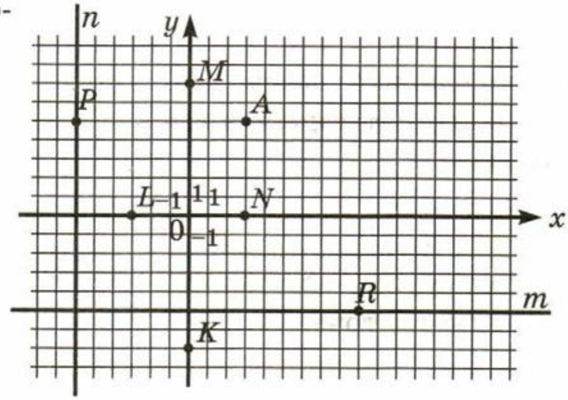
После решения задач 4 и 7 из учебника можно сделать выводы:

1. *Если прямая перпендикулярна оси x и пересекает ее в точке $(a;\ 0)$, то все точки этой прямой имеют абсциссу, равную a;*
2. *Если прямая перпендикулярна оси y и пересекает ее в точке $(0;\ b)$, то все точки этой прямой имеют ординату, равную b.*

162

По рисунку определите координаты точек N, M, L и K.

$N\ (x_1;\ y_1)$: $x_1 =$ ____
$y_1 =$ ____ N (____; ____);
$L\ (x_3;\ y_3)$: $x_3 =$ ____
$y_3 =$ ____ L (____; ____);
$M\ (x_2;\ y_2)$: $x_2 =$ ____
$y_2 =$ ____ M (____; ____);
$K\ (x_4;\ y_4)$: $x_4 =$ ____
$y_4 =$ ____ K (____; ____).



163

Прямая n перпендикулярна оси x. Определите координаты точки P.

Ответ: ____________________

164

Прямая m перпендикулярна оси y. Определите координаты точки R.

Ответ: ____________________

72. Координаты середины отрезка

Запишите формулы для вычисления координат середины отрезка AB, если $A\ (x_1;\ y_1)$ и $B(x_2;\ y_2)$.

____

Кратко запишите решения следующих задач.

165

1. Найдите координаты середины отрезка AB, если: $A(-6, 2)$ и $B(4, 4)$.

Решение

166

Определите координаты центра окружности, диаметром которой является отрезок AB, если $A\ (4,\ -2)$ и $B\ (1,\ 3)$.

Решение

167

В треугольнике ABC проведена медиана CD. Определите координаты точки D, если $A\ (-5,\ 0)$, $B\ (0,\ -3)$.

Решение

168

Дан треугольник ABC с вершинами $A\ (7,\ -4)$, $B\ (-4,\ 3)$ и $C\ (5,\ 0)$. Определите координаты концов средней линии треугольника, параллельной стороне AB.

Решение

73. Расстояние между точками

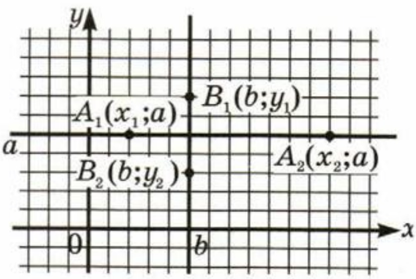
169

Докажите, что расстояние между точками $(x_1, 0)$ и $(x_2, 0)$ оси x при любых x_1 и x_2 определяется по формуле $d = |x_2 - x_1|$.

Доказательство

170

Докажите, что расстояние между точками A_1 (x_1, a) и A_2 (x_2, a) оси x при любых x_1 и x_2 определяется по формуле $d = |x_2 - x_1|$.



Доказательство

171

Докажите, что расстояние между точками $(b;\ y_1)$ и $(b;\ y_2,)$ при любых y_1 и y_2 определяется по формуле $d = |y_2 - y_1|$.

Доказательство

Запишите формулу для вычисления длины отрезка AB, если A $(x_1;\ y_1)$ и $B(x_2;\ y_2)$.

172

Найдите расстояние между точками A и B, если $A(4, -3)$, $B(-2, 5)$.

Решение

173

Докажите, что треугольник CDE с вершинами в точках C (3, 4), D (6, 8), E (10, 5) – равнобедренный.

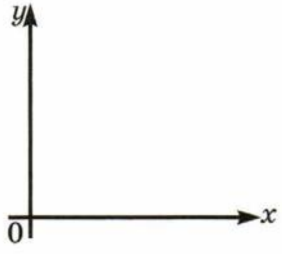
Решение

74. Уравнение окружности

Сформулируйте понятие уравнения фигуры.

174

Найдите геометрическое место точек плоскости xOy, для которых $x = y$.



Решение

Запишите уравнение окружности с центром в точке A_0 $(x_0;\ y_0)$ и радиусом R.

____

____

175

Окружность задана уравнением $x^2 + y^2 - 8ax + 2ay = b$ $(a > 0,$ $b > 0)$. Определите, в каком координатном угле расположен центр окружности.

Решение

____

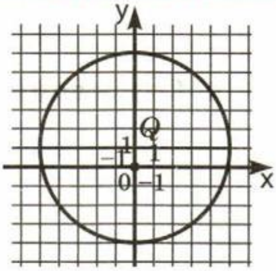
____

____

____

176

Определите координаты центра и радиус окружности, изображенной на рисунке, и составьте ее уравнение.



Решение

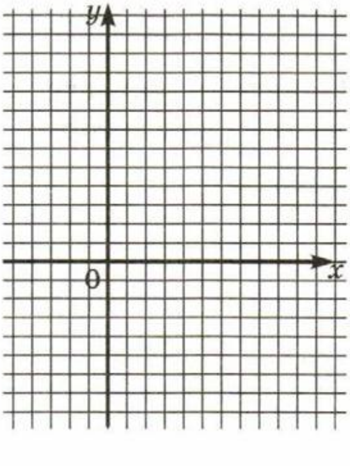
____

____

____

177

Две окружности заданы уравнениями $x^2 + y^2 = 16$ и $x^2 + (y + 7)^2 = 25$. Постройте их на координатной плоскости. Укажите координаты центров и радиусы.



Решение

____

____

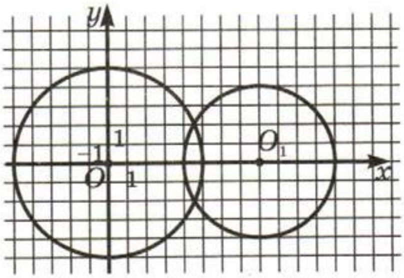
____

____

____

178

Определите координаты центров и радиусы окружностей, изображенных на рисунке, и составьте их уравнения. Найдите координаты точек пересечений этих окружностей.



Решение

Ответ:

179

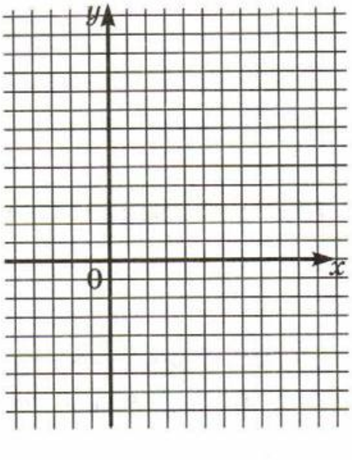
Заданы точки A (1; 2) и B (3; 0). Найдите геометрическое место точек M таких, что

$AM^2 + BM^2 = AB^2$.

Решение

180

Точка M принадлежит окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 5$. Точка N принадлежит окружности, заданной уравнением $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 1$. Найдите наибольшее и наименьшее расстояние между точками M и N.

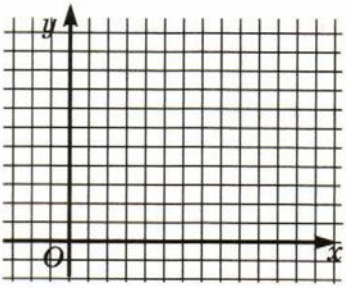


Указание: Поскольку точки M и N лежат на окружностях, то, как наибольшее, так и наименьшее расстояние между ними находятся на линии центров.

Решение

181*

Составьте уравнение окружности, описанной вокруг треугольника ABC, если заданы координаты его вершин $A(0, 3)$, $B(4, 0)$ $C(4, 3)$.



Дано: Треугольника ABC;

$A(0; 3)$, $B(4; 0)$ $C(4; 3)$

Составьте уравнение окружности

Решение

75. Уравнение прямой

182

Составьте уравнение геометрического места точек, равноудаленных от двух данных точек (0, 1) и (1, 2).

Решение

Запишите уравнение прямой.

183

Какие из точек $A\ (0; -2)$, $B\ (4, 2)$, $C\ (-4, -5)$ принадлежат прямой k, заданной уравнением:

$3x - 4y - 8 = 0$?

Решение

184

Даны координаты точек $A(-1, 1)$, $B(0, 3)$, $C(2, 7)$ $D(-2, -1)$. Определите взаимное расположение прямых AB и CD.

Решение

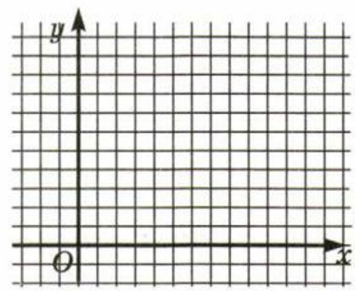
185

Напишите уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 - 9 = 0$, параллельных биссектрисе первого координатного угла.

Решение

186*

Составить уравнение окружности, вписанной в треугольник OAB, если его вершины имеют координаты $O\ (0,\ 0)$, $A(0,\ 3)$, $B(4,\ 0)$.



Дано: ______________________

____

Составить ______________________

Решение

____

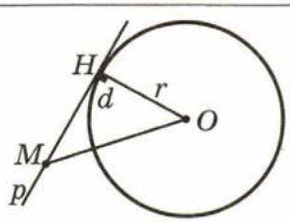
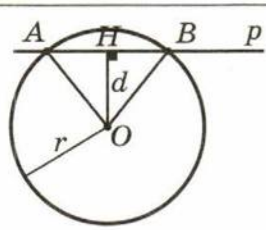
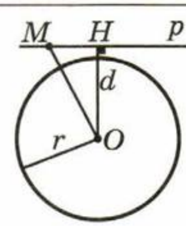
____

____

____

____

В 7 классе при изучении §5 уже систематизировались знания о взаимном расположении прямой и окружности. Теперь вопрос о взаимном расположении прямой и окружности будем исследовать с помощью координатного метода. Ниже приведена таблица, в которой систематизированы знания о взаимном расположении прямой и окружности (где d – расстояние прямой от центра окружности, r – радиус окружности).

		
Если $d = r$, то прямая и окружность имеют одну общую точку (прямая p – касательная к окружности).	*Если $d < r$, то прямая и окружность имеют две общие точки (прямая p – секущая).*	*Если $d > r$, то прямая и окружность не имеют общих точек.*

81. Определение синуса, косинуса и тангенса для любого угла от 0° до 180°

Запишите формулы приведения:

sinα ________________ = _____ sinα ______________;
cosα ________________ = _____ cosα _____________;
tgα ________________ = _____ tgα ________ для α_________;
ctgα ________________ = _____ ctgα _______ для α_________.

187

Заполните таблицу:

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
sinα									
cos α									
tgα									
ctgα									

188

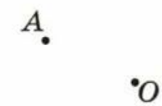
Докажите, что окружность $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 25$: а) касается оси y; б) пересекается с осью x; в) не пересекается с прямой $y = -9$.

Решение

§ 9 Движение

84. Симметрия относительно точки

189



1. Дана точка O. Постройте точку A', симметричную точке A относительно точки O.
2. Какая точка симметрична точке A' относительно точки O?

Ответ: ______________________

190

Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, которая является серединой каждого из них. Назовите точку, симметричную точке A относительно точки O.

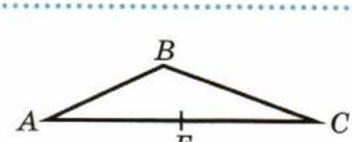
Ответ: 1. Точка D; 2. Точка C; 3. Точка B; 4. Точка A.

191

Нарисуйте несколько четырехугольников, обладающих центральной симметрией.

192

Точка F – середина стороны AC в треугольнике ABC. Постройте точку D, симметричную точке B относительно точки F. Определите вид четырехугольника $ABCD$.



Дано: ______________________________

____

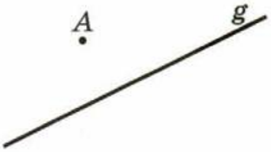
Определить вид $ABCD$.

Решение

85. Симметрия относительно прямой. Поворот

193

1. Дана прямая g. Постройте точку A', симметричную точке A относительно прямой g.
2. Какая точка симметрична точке A' относительно прямой g?



Ответ: ______________________________

194

Нарисуйте несколько треугольников, обладающих осевой симметрией.

195

Какой треугольник имеет три оси симметрии?

Ответ: ______________________________

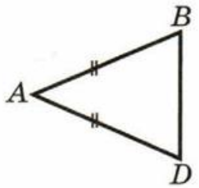
196

Точки A и B при симметрии относительно прямой n переходят в точки A' и B'. Чему равна длина отрезка $A'B'$, если отрезок AB равен 3,5 см.

Ответ: ______________________

197

Треугольник ABD равносторонний, $AB = AD$. Постройте точку C, симметричную точке A относительно стороны BD, и докажите, что четырехугольник $ABCD$ – ромб.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Решение

____

____

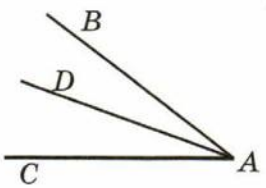
____

____

____

198

Докажите, что биссектриса угла является его осью симметрии.



Дано: ______________________

____

Доказать: ______________________

Решение

____

____

____

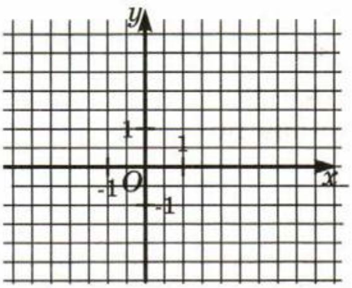
____

____

86. Параллельный перенос

199

Параллельный перенос задан формулами $x' = x + 1$, $y' = y - 2$. Постройте фигуру, в которую перейдет треугольник с вершинами A (3, 3), B (0, 1), C (− 1, 2) при этом параллельном переносе. Запишите координаты точек, в которые переходят вершины треугольника.



Ответ: ______________________

200

При параллельном переносе, заданном формулами $x' = x + 4$, $y' = y + 3$, вершина A квадрата $ABCD$ переходит в точку B. Найдите диагональ этого квадрата.

Решение

____

____

____

____

Ответ: ______________________

201

Параллельный перенос переводит конец A отрезка AB в точку A', принадлежащую прямой AB. Постройте отрезок, в который перейдет отрезок AB при этом параллельном переносе.

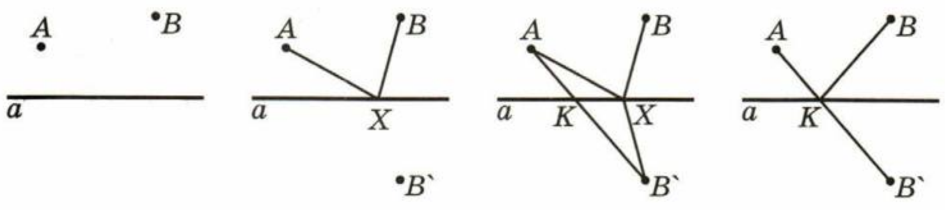
202

Точка M отрезка AB при некотором параллельном переносе переходит в точку M'. Постройте отрезок, в который переходит отрезок AB при этом параллельном переносе.

Геометрические преобразования на практике

203

Две деревни A и B находятся по одну сторону от шоссе a. Где на шоссе a надо расположить остановку автобуса K, чтобы сумма расстояний $AK + KB$ была наименьшей?
Замечание. Шоссе считаются прямой линией.



а) б) в) г)

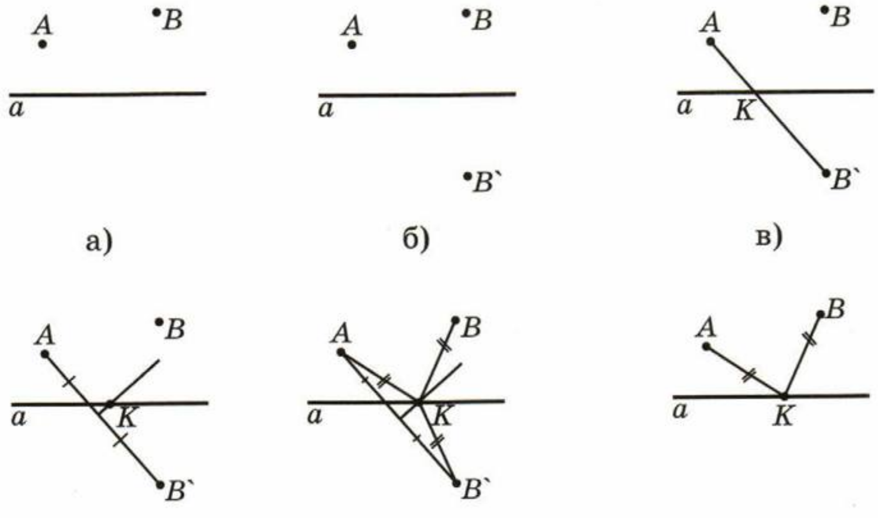
Решение

Условие задачи отражено на рис. а), где прямая a – шоссе. Предположим, что задача решена и остановка находится в некоторой точке X, рис. б), значит, надо минимизировать сумму $AX + XB$. Построим точку B', симметричную точке B относительно прямой a, рис. в). По определению *осевой симметрии* $BX = B'X$. Поэтому $AX + XB = AX + XB'$. Сумма $AX + XB'$ становится наименьшей, когда точка X попадает в точку пересечения отрезка AB' с прямой a. Соединим точки A и B'. Отрезок $A'B$ пересекает прямую a в точке K, рис. в). Эта точка K и дает решение задачи, рис. г).

Следующая задача на нахождение кратчайшего расстояния более сложная, при ее решении кроме непосредственного применения осевой симметрии требуются знания свойств серединного перпендикуляра или равнобедренного треугольника.

204

Две деревни A и B находятся по одну сторону от шоссе a. Где на шоссе надо расположить остановку автобуса K, чтобы расстояния от каждой из деревень до остановки были равными?
Замечание. Шоссе считаются прямой линией.



а) б) в)

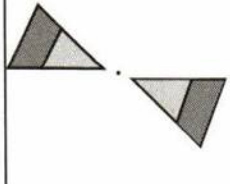
г) д) е)

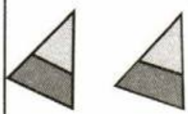
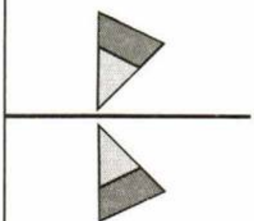
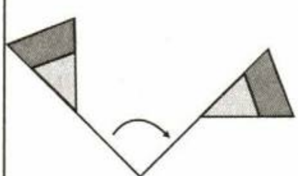
Решение.

Условие задачи отражено на рисунке а), где прямая a – шоссе. Построим точку B', симметричную точке B относительно прямой a б). Соединим точки A и B' в). Построим *серединный перпендикуляр* к отрезку AB', который пересекает прямую a в точке K г). Соединим точку K с точками A и B' д). По свойству *серединного перпендикуляра* $AK = KB'$, а по свойству *осевой симметрии* $KB' = BK$, следовательно $AK = BK$. Результат решения представлен на рисунке е).

205

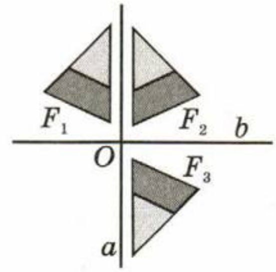
Определите по рисунку вид движения и опишите его.

206

Фигура F_1 переходит в фигуру F_3 в результате двух последовательно выполненных симметрий относительно осей a и b. Оси a и b пересекаются под углом 90°. Определите, каким одним движением можно перевести фигуру F_1 в фигуру F_3.

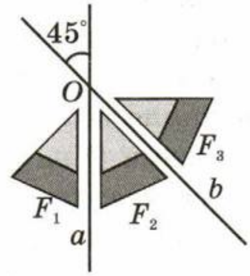


Ответ: *Фигура F_1 переходит в фигуру F_3 в результате:*

1. *поворота плоскости около точки O на угол, равный 180°;*
2. *симметрии относительно точки O.*

207

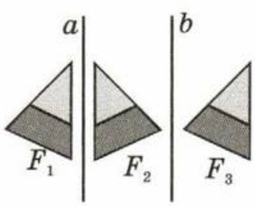
Фигура F_1 переходит в фигуру F_3 в результате двух последовательно выполненных симметрий относительно осей a и b. Оси a и b пересекаются под углом 45°. Определите, каким одним движением можно перевести фигуру F_1 в фигуру F_3.



Ответ: ______________________________

208

Фигура F_1 переходит в фигуру F_3 в результате двух последовательно выполненных симметрий относительно осей a и b. Оси a и b параллельны. Определите, каким одним движением можно перевести фигуру F_1 в фигуру F_3.

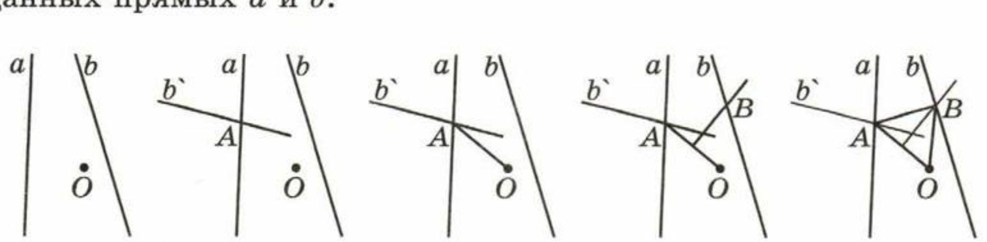


Ответ: ______________________________

Рассмотрим задачу на построение, при решении которой используется поворот. При этом при ее решении кроме непосредственного применения осевой симметрии требуются знания свойств серединного перпендикуляра.

209

Постройте равносторонний треугольник, у которого одна вершина находится в точке O, а две другие вершины лежат на двух данных прямых a и b.



а) б) в) г) д)

Решение.

Условие задачи отражено на рис. а), где фиксированная точка O – одна из вершин искомого треугольника и данные прямые a и b. Так как искомый треугольник – равносторонний, то угол при вершине O равен $60°$. Выполним поворот прямой b относительно точки O на угол, равный $60°$, и получим прямую b', которая пересекает прямую a в точке A, рис. б). Соединим точки O и A, рис. в) и построим *серединный перпендикуляр* к отрезку OA, который пересекает прямую b в точке B, рис. г). Соединим точку B с точками A и O, рис. г), получим треугольник AOB. Результат решения представлен на рис. д).

§ 10 ВЕКТОРЫ

91–92. Определение вектора. Абсолютная величина и направление вектора. Равенство векторов

Сформулируйте определения вектора и направления вектора.

Вектором называется ______________________________

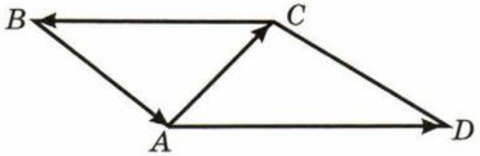
____

Направлением вектора называется ______________________

____

210

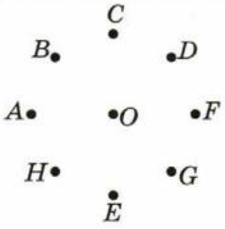
Запишите все векторы, изображенные на рисунке.



Ответ: ____________________

211

Изобразите векторы $\overline{AC}$, $\overline{AG}$, $\overline{HD}$, $\overline{OF}$.



Сформулируйте определения векторов одинаково направленных и противоположно направленных.

Векторы называются одинаково направленными, ____________

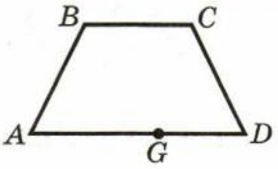
____

Векторы называются противоположно направленными, ______

____

212

Четырехугольник $ABCD$ – трапеция. Используя обозначения, данные на рисунке:



1. Укажите пары одинаково направленных векторов.

Ответ: ______________________________

2. Укажите пары противоположно направленных векторов.

Ответ: ______________________________

3. Являются ли векторы $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$ одинаково направленными? (Дайте развернутый ответ)

Ответ: ______________________________

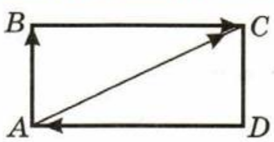
Сформулируйте определение абсолютной величины вектора.

Абсолютной величиной вектора называется ____________________

____

213

В прямоугольнике $ABCD$ стороны AB и AD соответственно равны 8 см и 15 см.



1. Чему равны абсолютные величины векторов $\overline{DA}$, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$.

Ответ: $|\overline{DA}| =$; $|\overline{AB}| =$; $|\overline{AC}| =$; $|\overline{BC}| =$.

2. Укажите пару одинаково направленных векторов.

Ответ: ______________________________

Сформулируйте определения нулевого вектора и равных векторов.

Вектор называется нулевым, __________________________

____

Два вектора называются равными _______________________

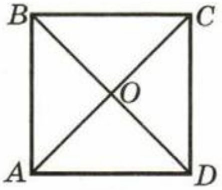
____

Сформулируйте следствия из определения равных векторов.

Дано: $\overline{AB} = \overline{CD}$. **Доказать:** 1. $\lvert\overline{AB}\rvert = \lvert\overline{CD}\rvert$; 2. $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ – одинаково направлены.	**Дано:** $\lvert\overline{AB}\rvert = \lvert\overline{CD}\rvert$; $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ – одинаково направлены. **Доказать:** $\overline{AB} = \overline{CD}$.

214

Четырехугольник $ABCD$ – квадрат. По рисунку дайте развернутые ответы на следующие вопросы:



1. Почему в каждой из пар $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ и $\overline{AD}$, $\overline{BO}$ и $\overline{OD}$ векторы равны?

Ответ: ______________________

2. Модули векторов $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ равны. Почему векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ не равны?

Ответ: ______________________

3. Почему в каждой из пар $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$, $\overline{BO}$ и $\overline{OC}$ векторы не равны?

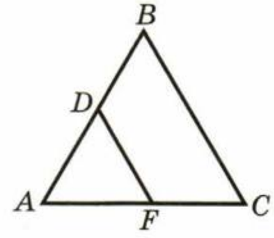
Ответ: ______________________

4. Почему в каждой из пар $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ и $\overline{DB}$ векторы не равны?

Ответ: ______________________

215

Отрезок DF – средняя линия треугольника ABC, сторона которого равна 6 см. (В ответах дайте развернутый ответ.)



1. Докажите, что векторы $\overline{BC}$ и $\overline{DF}$ одинаково направлены.

Ответ:

2. Докажите, что векторы $\overline{BC}$ и $\overline{FD}$ противоположно направлены.

Ответ:

3. Докажите, что векторы $\overline{AD}$ и $\overline{DB}$ равны.

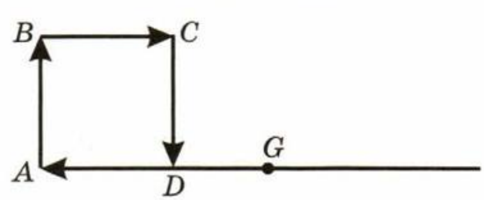
Ответ:

4. Чему равны абсолютные величины векторов $\overline{DA}$, $\overline{AB}$, $\overline{DF}$, $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$?

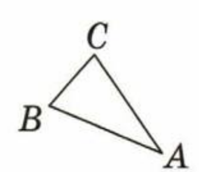
Ответ: $|\overline{DF}| =$; $|\overline{DA}| =$; $|\overline{AB}| =$; $|\overline{AC}| =$; $|\overline{BC}| =$.

216

1. $ABCD$ – квадрат. От точки G отложите векторы, равные соответственно $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ и $\overline{CA}$.



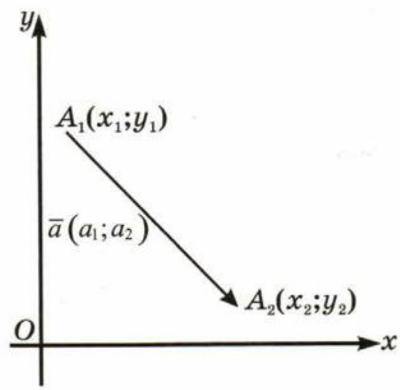
2. ABC – треугольник. От точки B отложите векторы, равные соответственно $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ и $\overline{CA}$.



93. Координаты вектора

217

Используя данные рисунка, заполните пропуски:



Началом вектора $\overline{a}$ является точка

____

Концом вектора $\overline{a}$ является точка

____

Координаты вектора $\overline{a}$вычисляется по формулам: ______________________________

____

Абсолютная величина вектора $\overline{a}$ вычисляют по формуле: ______

Векторы равны, если ______________________________

____

Равные векторы имеют ______________________________

____

218

Используя обозначения, данные на рисунке, заполните пропуски в таблице.

A_1		A_2		$\overline{A_1A_2} = \overline{a}$		$\lvert\overline{a}\rvert$
x_1	y_1	x_2	y_2	a_1	a_2	
3	2	8	14			
		6	8		8	10
		−7	13	−15	8	
1	−9		12	20		
14		17	2		−4	
		12	27	10		26

219

Даны точки $A(1, 2)$, $B(3, 0)$, $C(-4, 5)$, и $D(-6, 7)$. Определите, какие из векторов $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ и $\overline{DC}$ равны?

Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________________

220

Даны точки $A(1, -3)$ и $B(2, 0)$. Найдите такую точку $C(x, y)$, чтобы векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CA}$ были равны?

Дано: ______________________________

Найти: ______________________________

Решение

____

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________________

94–95. Сложение векторов

Сформулируйте следствие определения суммы двух векторов.

Суммой векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ с координатами (a_1, a_2) и (b_1, b_2) называется вектор $\overline{c}$ ______________________________

____

____

____

Сформулируйте свойства суммы векторов:

____

____

____

____

Разностью векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ с координатами (a_1, a_2) и (b_1, b_2) называется вектор $\overline{c}$ ______________________________

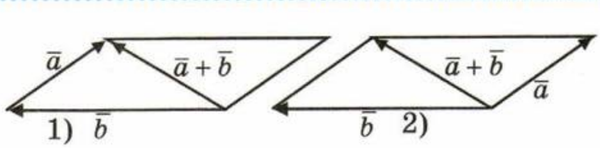
____

____

____

221

Какой из рисунков соответствует:



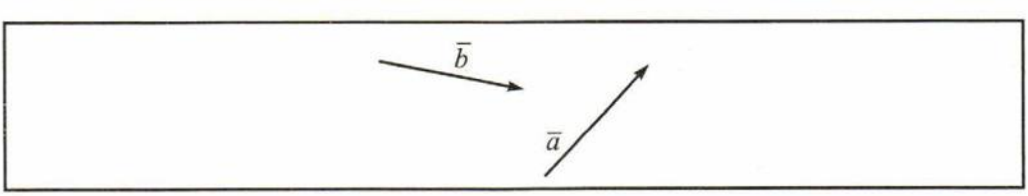
1. Правилу параллелограмма сложения векторов?

Ответ: *Рисунок* ______________

2. Правилу треугольника сложения векторов?

Ответ: *Рисунок* ______________

222



1. Постройте сумму векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ по правилу параллелограмма сложения векторов	1.
2. Постройте сумму векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ по правилу треугольника сложения векторов?	2.
3. Постройте разность векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$.	3.

96. Умножение вектора на число

Сформулируйте определение произведения вектора на число λ.

Произведением вектора $(\overline{a_1; a_2})$ *на число* λ *называется вектор* ___

____

____

Сформулируйте свойства произведения вектора на число:

____

____

Абсолютная величина вектора $\lambda\overline{a}$ *равна* ________________

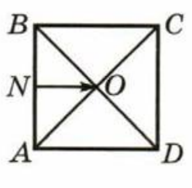
Направление вектора $\lambda\overline{a}$ *при* $\overline{a} \neq 0$ ________________

____

____

223

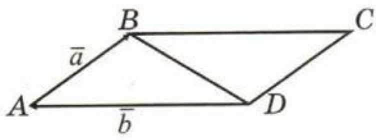
Вектор $\overline{NO} = \overline{a}$. В квадрате $ABCD$ выразите векторы $\overline{BC}$, $\overline{CB}$, $\overline{AD}$ и $\overline{DA}$ через вектор $\overline{a}$. (Решите устно.)



Ответ: $\overline{BC} =$; $\overline{CB} =$; $\overline{DA} =$; $\overline{AD} =$.

224

Векторы $\overline{AB} = \overline{a}$ и $\overline{DA} = \overline{b}$. В параллелограмме $ABCD$ выразите векторы $\overline{CD}$, $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$ через векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$. (Решите устно.)



Ответ: $\overline{BC} =$; $\overline{CD} =$; $\overline{BD} =$.

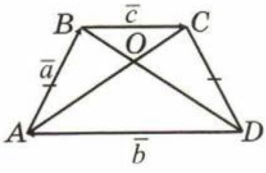
225

Векторы $\overline{AB} = \overline{a}$, $\overline{BC} = \overline{c}$ и $\overline{DA} = \overline{b}$. В трапеции $ABCD$ выразите векторы $\overline{CD}$, $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$ через векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$.

Дано: ______________________________

____

Найти: ______________________________



Решение

____

____

____

____

Ответ: $\overline{CD} =$; $\overline{AC} =$; $\overline{BD} =$.

98. Скалярное произведение векторов

Сформулируйте определение скалярного произведения векторов.

Скалярным произведением векторов $\overline{a}$ $(a_1; a_2)$ *и* $\overline{b}$ $(b_1; b_2)$ *называется* ______________________________

____

Сформулируйте свойства скалярного произведения векторов:

Для любых векторов $\overline{a}$ $(a_1; a_2)$, $\overline{b}$ $(b_1; b_2)$ *и* $\overline{c}$ $(c_1; c_2)$ ______________

____

____

226

Докажите, что $(\bar{a}+\bar{b})^2 = \bar{a}^2 + 2\bar{a}\bar{b} + \bar{b}^2$. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: $(\bar{a}+\bar{b})^2 = (\bar{a}+\bar{b})(\bar{a}+\bar{b}) = (\bar{a}+\bar{b})\bar{a} + (\bar{a}+\bar{b})\bar{b} =$

$= \bar{a}\bar{a} + \bar{b}\bar{a} + \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\,\bar{b} = \bar{a}^2 + 2\bar{a}\bar{b} + \bar{b}^2$

227

Докажите, что $(\bar{a}-\bar{b})^2 = \bar{a}^2 - 2\bar{a}\bar{b} + \bar{b}^2$. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______________________________

____

228

Докажите, что $(\bar{a}-\bar{b})(\bar{a}+\bar{b}) = \bar{a}^2 - \bar{b}^2$. (Дайте развернутый ответ.)

Ответ: ______________________________

____

____

Сформулируйте определение угла между векторами.

Углом между векторами называется ______________________________

____

____

Сформулируйте теорему 10.3.

Скалярное произведение векторов ______________________________

____

____

229

Следствие 1. Если векторы перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю.

Дано: $\bar{a}\perp\bar{b}$

Доказать: $\bar{a}\cdot\bar{b} = 0$

Решение

$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cos 90° = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cdot 0. = 0.$

Ответ: $\overline{a} \cdot \overline{b} = 0.$

230

Следствие 2. Если скалярное произведение отличных от нуля векторов равно нулю, то векторы перпендикулярны.

Дано: ______________________________

Доказать: ______________________

Решение

____

____

Ответ: ______________________________

231

Найдите угол φ между векторами $\overline{a}\ (1;\sqrt{3})$ и $\overline{b}\ (\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$. (Решите устно.)

Ответ: $\angle\varphi =$ ______________________ .

232

Найдите угол φ между векторами $\overline{a}\ (2;0)$ и $\overline{b}\ (-2;2)$. (Решите устно.)

Ответ: $\angle\varphi =$ ______________________ .

233

Определите, какие из векторов $\overline{a}\ (1;3)$, $\overline{b}\ (2;-\frac{1}{3})$ и $\overline{c}(-\frac{1}{2};-3)$ перпендикулярны.

Дано: ______________________________

Определить: ____________________

Решение

____

____

____

Ответ: ______________________________

Примеры заданий повышенного уровня сложности

234

Упростите выражение $\overline{MB} + \overline{AM} + \overline{BA}$.

Решение.

В силу переместительного закона $\overline{MB} + \overline{AM} + \overline{BA} = \overline{AM} + \overline{MB} + \overline{BA} = \overline{AB} + \overline{BA}$. Векторы $\overline{AB}$ и $\overline{BA}$ равны по модулю, но противоположно направлены, значит $\overline{AB} + \overline{BA} = 0$

235

Выразите вектор $\overline{CK}$ через вектор $\overline{KA}$, если $\overline{OK} = \frac{2}{7}\overline{OA} + \frac{5}{7}\overline{OC}$, где O – произвольная точка.

Решение.

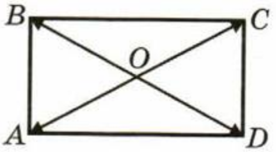
Вычтем из обеих частей вектор $\overline{OC}$, тогда $\overline{OK} - \overline{OC} = \frac{2}{7}\overline{OA} + \frac{5}{7}\overline{OC} - \overline{OC} = \frac{2}{7}\overline{OA} - \frac{2}{7}\overline{OC}$, то есть $\overline{CK} = \frac{2}{7}\overline{CA}$. Отсюда следует, что эти векторы коллинеарны, то есть точка K лежит на отрезке CA и делит его в отношении 2 : 5. $\overline{CK} = \frac{2}{5}\overline{KA}$

Ответ: $\overline{CK} = \frac{2}{5}\overline{KA}$.

236

Дан прямоугольник $ABCD$. Найти длину вектора $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD}$, где точка O является точкой пересечения диагоналей прямоугольника.

Решение.



От произвольной точки плоскости отложим вектор $\overline{OA}$. От точки $A(O)$ отложим вектор, равный $\overline{OB}$. Затем отложим векторы, соответственно равные $\overline{OC}$ и $\overline{OD}$. Векторы $\overline{OA}$ и $\overline{OC}$ лежат на диагонали AC, а векторы $\overline{OB}$ и $\overline{OD}$ лежат на диагонали BD, следовательно, они попарно коллинеарны. Отсюда следует, что у полученного четырехугольника стороны попарно параллельны. Значит, полученный четырехугольник – параллелограмм. Так как диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, то стороны полученного параллелограмма равны. Следовательно, полученный параллелограмм – ромб. По правилу сложения векторов $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = 0$.

Ответ: $\vec{0}$ – нулевой вектор.

Векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ направлены из вершины равнобедренного треугольника к вершинам основания.

237

Найдите угол между векторами $\dfrac{\overline{a}+\overline{b}}{2}$ и $\dfrac{\overline{a}-\overline{b}}{2}$.

Ответ: 90°.

Решение.

Перемножим: $\dfrac{\overline{a}+\overline{b}}{2} \cdot \dfrac{\overline{a}-\overline{b}}{2} = \dfrac{(\overline{a}+\overline{b})(\overline{a}-\overline{b})}{4} = \dfrac{\overline{a}^2-\overline{b}^2}{4} = \dfrac{|a|^2-|\overline{b}|^2}{4}$. По условию векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ имеют общее начало в вершине равнобедренного треугольника, а их концы находятся в вершинах при основании этого треугольника, значит, модули этих векторов равны, так как отрезки a и b являются сторонами равнобедренного треугольника. Следовательно, скалярное произведение векторов $\dfrac{\overline{a}+\overline{b}}{2} \cdot \dfrac{\overline{a}-\overline{b}}{2} = 0$. По следствию из теоремы о скалярном произведении векторов, если скалярное произведение векторов равно нулю, то векторы перпендикулярны. Следовательно, угол между векторами $\dfrac{\overline{a}+\overline{b}}{2}$ и $\dfrac{\overline{a}-\overline{b}}{2}$ равен 90°.

Учебное издание

Мищенко Татьяна Михайловна

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ГЕОМЕТРИИ

8 класс

К учебнику А. В. Погорелова «Геометрия. 7–9 классы»

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16466 от 25.03.2013 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*
Редактор *И. М. Бокова*
Художественный редактор *Л. В. Демьянова*
Технический редактор *Т. В. Фатюхина*
Корректор *И. В. Русанова*
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*
Компьютерная верстка *О. В. Самойлова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).